

Розділ III. Магнетне поле

Тема1. Закон Ампера. Індукція магнетного поля. Провідник зі струмом у магнетному полі

Фізичні поняття

•**Магнетне поле** – це субстанція, яка створюється електричними струмами й виявляє себе за дією на електричний струм.

•**Елемент струму** – це добуток сили струму I на елемент довжини провідника $d\vec{l}$.

•**Сила Ампера** – це сила, яка діє з боку магнетного поля на провідник зі струмом.

•**Силовa лінія магнетного поля** – це лінія, вздовж якої вистроються дуже малі магнетні стрілки, якщо ними щільно заповнити простір, де є магнетне поле (інакше кажучи, це лінія, у кожній точці якої вектор магнетної індукції є дотичним до цієї лінії).

Фізичні величини

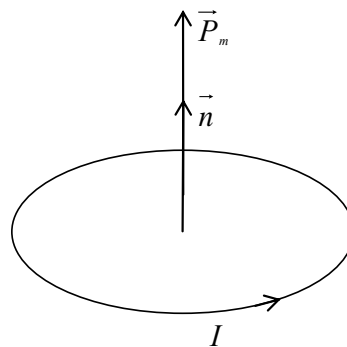
• **Індукція магнетного поля** – це вектор \vec{B} , модуль якого

$$B = \frac{dF}{I \cdot dl \sin \alpha},$$

де dF – модуль сили, з якою магнетне поле діє на елемент струму $I d\vec{l}$, α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B} , а напрям вектора \vec{B} такий, що векторний добуток $d\vec{l} \times \vec{B}$ співнапрямлений з вектором $d\vec{F}$.

• **Магнетний момент замкненого струму** – це вектор

$$\vec{P}_m = IS\vec{n},$$



Мал. 92

де S – площа обмежена струмом, \vec{n} , – одиничний вектор нормалі до S , напрям якого визначається правилом правого гвинта (мал. 92).

Фізичні системи й прилади

• **Магнетна стрілка** – це стрілка з магнетним моментом, спрямованим уздовж неї.

Постулати

➤ **Закон Ампера:** сила, з якою магнетне поле з індукцією \vec{B} , діє на елемент струму $I d\vec{l}$:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

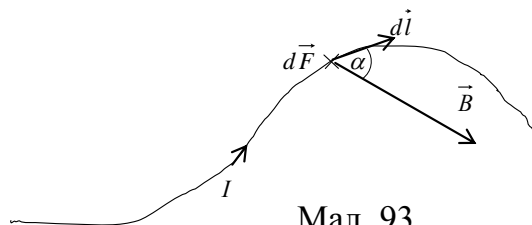
Закон Ампера водночас є означенням індукції магнетного поля (так як другий закон Ньютона є означенням сили).

Очевидно, що як і будь-який постулат, закон Ампера встановлений експериментально.

Задачі

(150) **Знайдемо метод обчислення сили, яка діє з боку магнетного поля на провідник зі струмом довільної форми.**

Закон Ампера дає нам можливість обчислити силу, яка діє з боку поля лише на один елемент струму, тобто силу $d\vec{F}$, яка діє на нескінченно малий елемент довжини провідника зі струмом $d\vec{l}$ (мал. 93). Очевидно, що для того, щоб обчислити силу, з якою магнетне поле діє на весь провідник чи його частину скінченної довжини, слід додати всі елементарні сили $d\vec{F}$, тобто проінтегрувати за всією довжиною провідника



Мал. 93

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = \int I d\vec{l} \times \vec{B}.$$

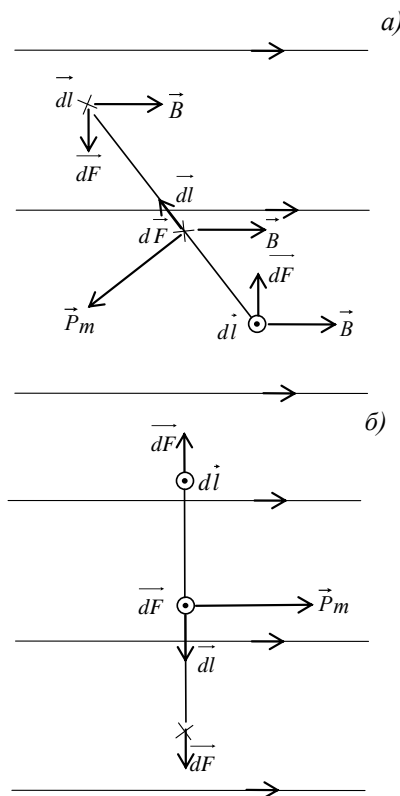
(151) Установимо, як зорієнтується вільний контур зі струмом в однорідному магнетному полі.

На мал. 94 (а) показаний прямокутний чи круглий контур зі струмом (промінь зору паралельний до площини контура), який довільно зорієнтований щодо силових ліній магнетного поля. З цього малюнка видно, що згідно з законом Ампера, напрям сили, з якою поле діє на кожну сторону контура, різний, причому сили, які діють на сторону, яку ми бачимо і протилежну до неї, рівні за величиною і протилежні за напрямом – вони стискають контур.

Сили, які діють на дві сторони, паралельні до променя зору створюють обертальний момент. Тому контур буде обертатися проти годинникової стрілки, доки його площа не стане нормальною до ліній індукції \vec{i} , відповідно, вектор магнетного моменту \vec{P}_m

паралельним до них (мал. 94 (б)). У цьому стані на контур діятиме лише сила, яка його розтягає. Причому цей стан рівноваги є стійким, тобто за найменшого відхилення від нього виникають сили, які повертають контур у стан рівноваги.

Отже, підсумовуючи, можна стверджувати, що як би не був початково розміщений вільний контур зі струмом в однорідному маг-



Мал. 94

нетному полі, він повернеться так, що його магнетний момент буде співнаправленим з вектором магнетної індукції. Крім того, з мал. 94 (а) і закону Ампера випливає, що момент сил, який повертає контур, є найбільшим тоді, коли площа контура паралельна до вектора індукції (магнетний момент контура нормальний до вектора індукції).

(152) **Знайдемо вираз для моменту сили, який обертає коловий контур зі струмом у випадку, коли площа контура паралельна до ліній магнетної індукції.**

Виберемо на контурі довільний елемент струму $I \vec{dl}$ (мал. 95). Згідно з законом Ампера, модуль сили, яка діє з боку поля на цей елемент струму

$$dF = IBdl \sin \alpha.$$

Ця елементарна сила створює момент

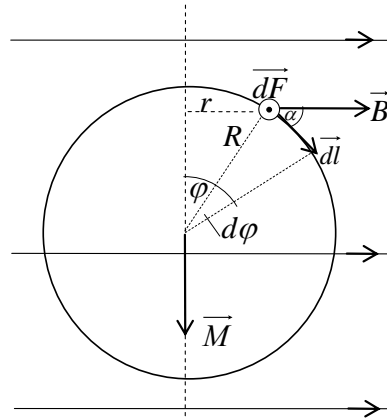
$$dM = dFr = IBr \sin \alpha dl.$$

Додавши всі елементарні моменти, дістанемо момент, який повертає контур

$$M = \int_L IBr \sin \alpha dl,$$

де L – довжина контура.

Від інтегрування за довжиною перейдемо до інтегрування за кутом φ . З малюнка видно, що $\sin \alpha = \sin \varphi$, $r = R \sin \varphi$ і $dl = R d\varphi$. Підставивши ці вирази в останній інтеграл, дістанемо



Мал. 95

$$M = \int_0^{2\pi} IBR^2 \sin^2 \varphi d\varphi = IBR^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \varphi d\varphi =$$

$$= \frac{1}{2} IBR^2 \int_0^{2\pi} (1 - \cos 2\varphi) d\varphi = \pi IBR^2 = SIB.$$

Оскільки вектор моменту сили \vec{M} спрямований вздовж осі обертання (за правилом правого гвинта), тобто туди ж, куди і векторний добуток $\vec{S} \times \vec{B}$, то

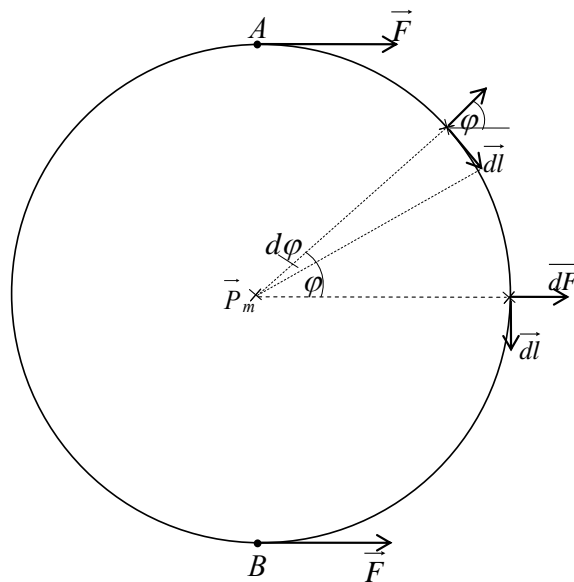
$$\vec{M} = I \vec{S} \times \vec{B},$$

або врахувавши означення магнетного моменту

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

(153) Знайдемо силу, яка розтягає (стискає) коловий контур зі струмом, магнетний момент якого паралельний (антипаралельний) до вектора індукції однорідного магнетного поля.

Ми вже з'ясували (задача 151), що вільний контур зі струмом в однорідному магнетному полі повертатиметься доти, доки його магнетний момент не буде паралельним до вектора магнетної індукції, після чого обертальний момент зникне і залишиться лише сила, яка розтягає контур.



Мал. 96

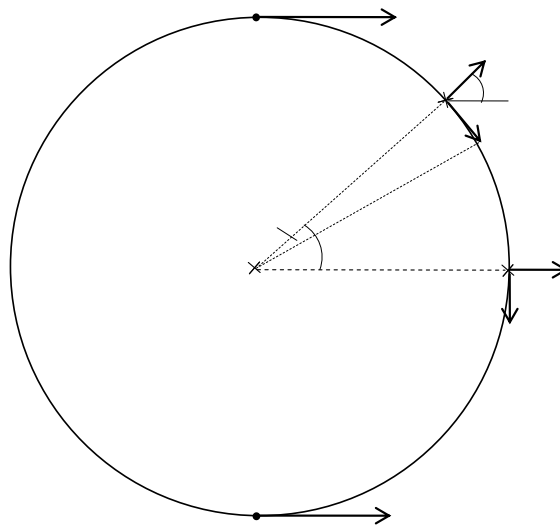
На мал. 96 показана ця ситуація так, що вектор індукції нормальний до площини малюнка. Бачимо, що в кожній точці контура сила Ампера спрямована вздовж радіуса назовні, тобто вона розтягає його. Величина цієї сили розрахована на одиницю довжини, згідно з законом Ампера

$$\frac{dF}{dl} = IB \sin \alpha,$$

Оскільки кут α між вектором \vec{dl} і \vec{B} прямий, то

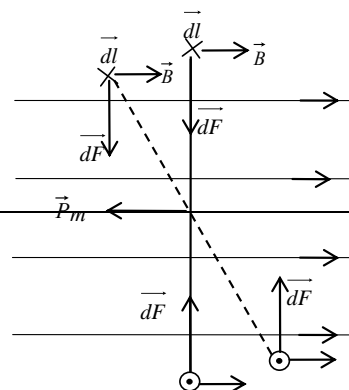
$$\frac{dF}{dl} = IB.$$

Сила натягу яка розтягує кільце в будь-якій його точці (в точці А) – це проекція всіх сил Ампера прикладених до півкільця, на вісь нормальну до напрямку АВ.



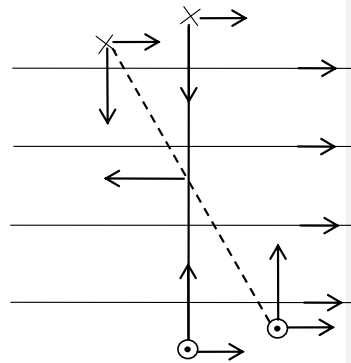
$$\begin{aligned} F &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} dF \cos \varphi = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} IB dl \sin \alpha \cos \varphi = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} IB R \cos \varphi d\varphi = \\ &= 2IBR \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi = 2IBR. \end{aligned}$$

(154) Покажемо, що можливий стан рівноваги контура зі струмом за антипаралельного напрямку його магнетного



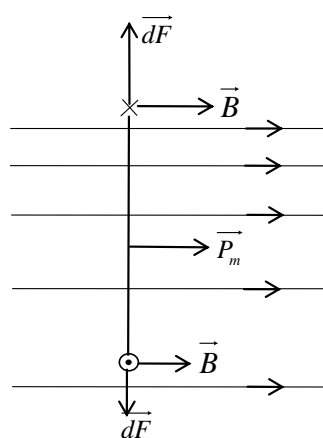
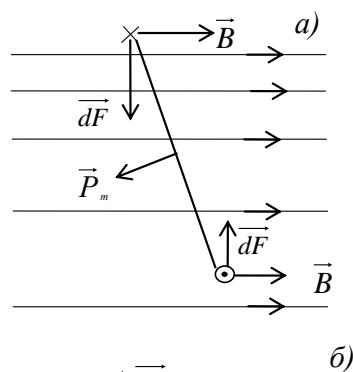
моменту щодо напрямку зовнішнього однорідного магнетного поля, проте, цей стан рівноваги не є стійким.

Дійсно, якщо розмістити контур так, що його магнетний момент буде антипаралельним до вектора індукції (мал. 97), то сила Ампера буде лише стискати контур і він буде нерухомим. Проте за найменшого відхилення контура від цього стану виникне момент сил Ампера, який буде лише збільшувати це відхилення, повертаючи контур, як вже нам відомо (задача 151), у стійкий стан з паралельним напрямом його магнетного моменту щодо зовнішнього магнетного поля.

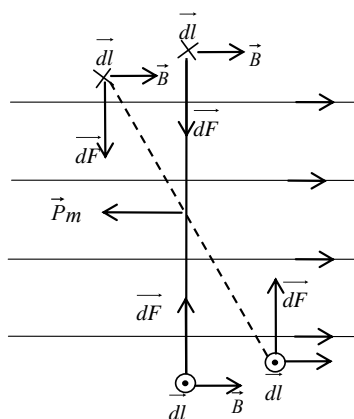


(155) Покажемо, що в неоднорідному магнетному полі контур зі струмом не набуде стану спокою, а буде переміщуватися в область сильнішого поля.

Розглянемо випадок магнетного поля, для якого вектор індукції всюди однаковий за напрямом, але різний за величиною. Графічно таке поле зображується паралельними прямими, густота яких різна в різних областях простору (мал. 98 (а)). Бачимо, що контур, як і у випадку однорідного поля, повертатиметься, доки його вектор магнетного моменту не буде співнаправлений з вектором індукції (мал. 98 (б)). Проте наступна його поведінка відрізнятиметься від поведінки в однорідному полі, а



Мал. 98



Мал. 97

саме, внаслідок різної індукції поля у різних місцях контура сила

Ампера

буде різ-

ною (більшою в області сильнішого поля), їхня рівнодійна не дорівнюватиме нулеві і, як наслідок, контур буде переміщуватися в область сильнішого поля.

Ця поведінка контура зі струмом в неоднорідному магнетному полі нагадує нам поведінку диполя в неоднорідному електричному полі (розділ 1, задача 16).

(156) Знайдемо вираз для величини орбітального магнетного моменту електрона в атомі.

Справді, орбітальний рух електрона в атомі можна трактувати як струм, тому цей рух створює магнетний момент, величина якого

$$P_m = IS.$$

Згідно з означенням сили струму, в цьому випадку

$$I = \frac{e}{T},$$

де T – період обертання електрона навколо ядра (за час T через поперечний переріз уявного провідника проходить заряд, який дорівнює заряду електрона).

З останніх двох формул та формули зв'язку між періодом та циклічною частотою дістанемо

$$P_m = \frac{e}{T} S = \frac{e\omega}{2\pi} S = \frac{e\omega}{2\pi} \pi \cdot r^2 = \frac{1}{2} e\omega r^2,$$

або на основі формули зв'язку між кутовою та лінійною швидкостями

$$P_m = \frac{1}{2} e\omega r,$$

де r – радіус орбіти електрона.

(157) Установимо вираз для магнетного моменту рівномірно зарядженого зарядом q стержня довжиною L , який обертається з кутовою швидкістю ω .

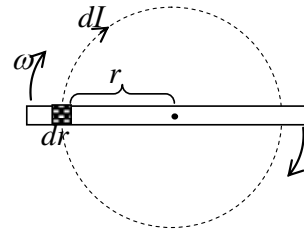
Кожен елементарний струм dI створює магнетний момент (мал. 99)

$$dP_m = SdI = \pi r^2 dI.$$

Оскільки цей струм dI створюється обертальним рухом заряду dq , який є на елементі радіуса стержня dr , то з означенням сили струму

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\omega dq}{2\pi} = \frac{\omega \lambda dr}{2\pi},$$

де T – період обертання стержня, $\lambda = \frac{dq}{dr}$ – лінійна густина заряду стержня.



Мал. 99

Тепер елементарний магнетний момент

$$dP_m = \pi r^2 \frac{\omega \lambda}{2\pi} dr = \frac{1}{2} \omega \lambda r^2 dr,$$

і повний магнетний момент

$$\begin{aligned} P_m &= 2 \int_0^{\frac{L}{2}} dP_m = \int_0^{\frac{L}{2}} \omega \lambda r^2 dr = \\ &= \frac{1}{3} \omega \lambda r^3 = \frac{1}{24} \omega \lambda L^3 = \frac{1}{24} \omega q L^2, \end{aligned}$$

де замість λ ми підставили $\frac{q}{L}$.

Незаряджений стержень, навіть металевий, не створює при обертанні магнетного моменту, хоча, на перший погляд, видається, що струм, створений упорядкованим рухом електронів, мав би спричинювати магнетний момент. Проте цей струм є скомпенсований таким же за величиною і протилежно спрямованим струмом позитивних йонів.

Тема 2. Закон Біо-Савара-Лапласа

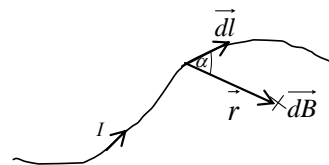
Фізичні системи й прилади

- **Нормальний соленоїд** – дротяна котушка, висота якої значно більша за радіус витків.
- **Плоский соленоїд** – дротяна котушка, висота якої значно менша за радіус витків.
- **Тангенс-гальванометр** – плоский соленоїд, у центрі якого розміщена магнетна стрілка.
- **Тороїд** – дротяна котушка, вісь якої має форму кола.

Постулати

➤ **Закон Біо-Савара-Лапласа:** кожен елемент струму $I \vec{dl}$ в будь-якій точці простору, яка розміщена на відстані r від нього, створює магнетне поле, індукція якого

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} I d\vec{l} \times \vec{r},$$



Мал. 100

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений від елемента струму до заданої точки, $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}$ – магнетна стала (мал. 100).

Очевидно, що модуль вектора $d\vec{B}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} I dl \sin \alpha,$$

де α – кут між векторами \vec{dl} і \vec{r} .

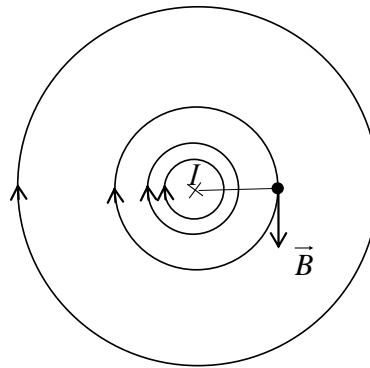
➤ **Принцип лінійної суперпозиції магнетних полів:** якщо в заданій точці простору діє багато магнетних полів з індукціями $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_n$, то вектор індукції в цій точці \vec{B} дорівнює сумі векторів індукції кожного з полів

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n.$$

Задачі

(158) Установимо картину **силових**—ліній **індукції** магнетного поля прямого, колового та соленоїдного струмів.

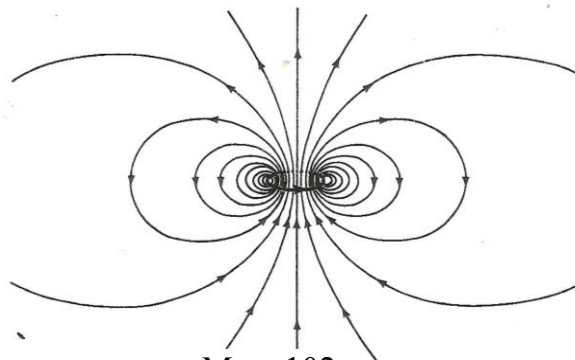
Нехай прямий струм спрямований в площину малюнка (мал. 101). У довільно вибраній точці будь-який елемент цього струму буде створювати, згідно з законом Біо-Савара-Лапласа та правилом знаходження напрямку векторного добутку, магнетне поле $d\vec{B}$, яке буде спрямоване вздовж дотичної до кола з центром, який лежить на струмі, тому, відповідно до означення **силової**—ліній **індукції**, ця дотична і є силовою лінією.



Мал. 101

Отже, **силові**—лінії **індукції** поля прямого струму – це концентричні кола навколо струму.

Візьмемо будь-яку точку на осі колового струму (мал. 102). Кожен елемент струму $I d\vec{l}$ створить в цій точці, згідно з законом Біо-



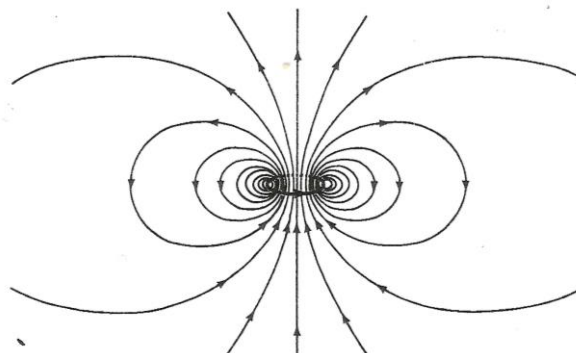
Мал. 102

Савара-Лапласа, елементарне поле $d\vec{B}$. Усі вектори $d\vec{B}$ утворять конус, вісь якого збігається з віссю колового струму, тому сумарний вектор \vec{B} буде спрямований вздовж цієї осі. Отже, одна з **силових**—ліній **індукції** колового струму збігається з його віссю. Очевидно, що

далі від осі сумарний вектор поля буде відхилений від осі, бо різні елементи струму даватимуть різний вклад і ~~силова~~ лінія індукції набуде вигляду замкненої кривої.

Звернемо увагу, що картина ~~силових~~ ліній індукції колового струму така ж, як і картина екіпотенціальних поверхонь електричного поля диполя. Саме тому коловий струм називають *магнетним диполем*.

Щодо поля соленоїда, то воно, будучи результатом накладання полів колових струмів, буде подібним до поля колового струму, проте витягнутим вздовж осі соленоїда.



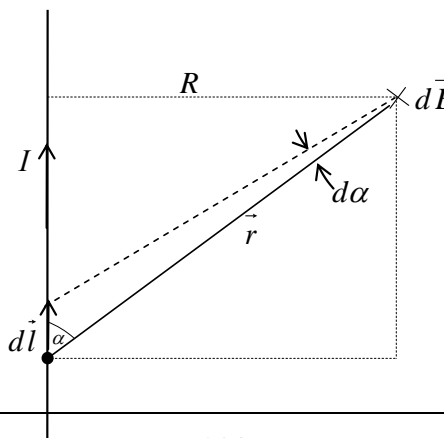
Мал. 102

Картини цих магнетних полів можна зробити видимими за допомогою залізних ошурків, які вишиковуються уздовж силових ліній. Подібні експерименти підтверджують з'ясовані нами картини силових ліній.

(159) Установимо вираз для індукції магнетного поля, створеного в довільній точці простору прямим нескінченно довгим провідником зі струмом.

Оскільки магнетна індукція – це вектор, то нам слід установити як модуль цього вектора, так і його напрям.

Очевидно, що для того, щоб знайти магнетну індукцію в заданій точці, створену цілим провідником, слід додати магнетні індукції, ство-



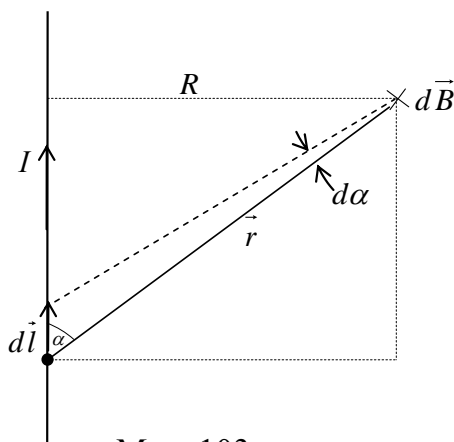
Мал. 103

рені в цій точці всіма елементами струму, а, оскільки цих елементів струму є безліч, то ця сума – це не що інше, як інтеграл.

Спочатку з'ясуємо напрям цього сумарного вектора індукції. Згідно з правилом знаходження напрямку векторного добутку (правилом правого гвинта), вектор \vec{dB} , створений елементом струму $I d\vec{l}$, є спрямованим у площину малюнка (мал. 103).

З малюнка також видно: якщо вибрати будь-який інший елемент струму, то створений ним вектор \vec{dB} матиме іншу величину, проте такий самий напрям, тому і сумарний вектор \vec{B} буде спрямований у площину малюнка.

Оскільки всі вектори \vec{dB} мають один і той самий напрям, то модуль вектора \vec{B} дорівнює сумі модулів векторів \vec{dB} , тобто



Мал. 103

$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0}{4\pi r^2} I \sin \alpha dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin \alpha}{r^2} dl.$$

З мал. 103 видно, що $dl \sin \alpha = r d\alpha = \frac{R}{\sin \alpha} d\alpha$, тому

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \alpha}{R} d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

(160) **Встановимо вираз для індукції магнетного поля на осі кологового струму.**

Щоб знайти індукцію у будь-якій точці на осі колового струму, слід додати всі елементарні поля \vec{dB} , створені всіма елементами струму $I d\vec{l}$ цього кільця. З мал. 104 бачимо, що різні елементи струму, згідно з законом Біо-Савара-Лапласа, будуть створювати в заданій точці осі магнетні поля, однакові за величиною, але різні за напрямом.

Якщо переміщувати елемент струму вздовж кільця, то вектор \vec{dB} опише конус навколо осі y .

Через те, що вектори \vec{dB} мають різний напрям, ми не можемо обчислити модуль сумарного вектора \vec{B} як суму модулів векторів \vec{dB} , тобто рівність $B = \int dB$, яку ми застосували для прямого струму (задача 159), в цьому випадку застосована бути не може і правильною є лише векторна рівність

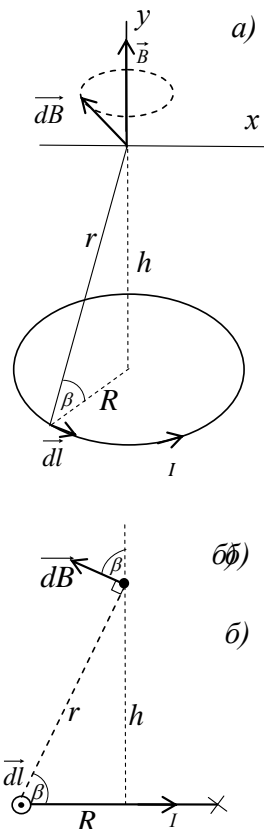
$$\vec{B} = \int d\vec{B}.$$

Розклавши вектор \vec{dB} на складові по осях x та y , останню рівність представимо

$$\vec{B} = \int d\vec{B} = \int (dB_x \vec{i} + dB_y \vec{j}) = \vec{i} \int dB_x + \vec{j} \int dB_y.$$

Перший інтеграл – це сума проєкцій вектора \vec{dB} на вісь x . З малюнка бачимо, що для кожної такої проєкції є протилежна до неї, тому цей інтеграл дорівнює нулеві і

$$\vec{B} = \vec{j} \int dB_y,$$



Мал. 104

що означає, що сумарний вектор \vec{B} спрямований вздовж осі y , тобто вздовж осі кільця. Модуль цього вектора

$$B = \int dB_y,$$

бо модуль вектора \vec{j} дорівнює одиниці. З малюнка бачимо, що $dB_y = dB \cos \beta$, тому

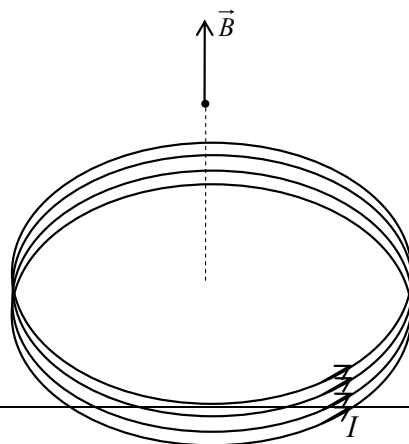
$$B = \int dB \cos \beta = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \cos \beta dl.$$

Підставивши сюди $\cos \beta = \frac{R}{r}$ і $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ і винісши незалежні від змінної інтегрування l величини за знак інтеграла, дістанемо

$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

(161) Установимо вираз для індукції магнетного поля на осі плоского соленоїда.

Оскільки відстань від заданої точки осі плоского соленоїда до будь-якого витка (кільця) плоского соленоїда є практично однаковою, то індукцію поля в цій точці можемо розглядати як індукцію, створену N кільцевими струмами, де N – кількість витків плоского соленоїда (мал. 105). Тому



$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} N,$$

а спрямований вектор \vec{B} , як і у випадку кільцевого струму, – вздовж осі. З останньої формули для поля в центрі соленоїда, тобто за умови $h=0$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} N.$$

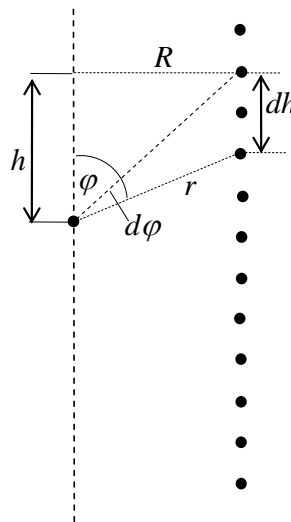
(162) Установимо вираз для індукції магнетного поля на середині осі нормального соленоїда.

Для цього в соленоїді виділимо вузьку смужку витків (мал. 106) висотою dh і введемо поняття густоти витків n як кількості витків на одиницю довжини соленоїда, тобто

$$n = \frac{dN}{dh}.$$

Індукцію поля в центрі соленоїда будемо шукати як суму індукцій, створених плоскими соленоїдами висотою dh , які мають dN витків, а позаяк всі вектори індукції, створені цими плоскими соленоїдами, співнаправлені, то модуль сумарного вектора дорівнює сумі модулів векторів суми, тобто

$$B = \int dB,$$



Мал. 106

де dB – індукція поля, створена елементарним плоским соленоїдом, яка, згідно з отриманим раніше результатом (задача 161) є

$$dB = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} dN.$$

Застосувавши означення густоти витків, дістанемо

$$dB = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} ndh$$

і

$$B = \frac{\mu_0 R^2 In}{2} \int \frac{dh}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}},$$

де всі незалежні від h величини винесені за знак інтеграла.

Щоб простіше обчислити цей інтеграл, перейдемо від лінійної змінної h до змінної φ .

З мал. 106 бачимо, що $dhsin\varphi = rd\varphi$, де $r = \frac{R}{sin\varphi}$, звідки

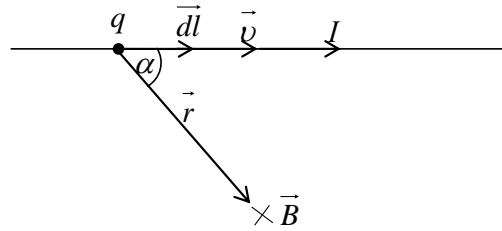
$$dh = \frac{R}{sin^2\varphi}. \text{ Крім того, } R^2 + h^2 = r^2 = \frac{R^2}{sin^2\varphi}.$$

Підставивши дві останні рівності в підінтегральний вираз дістанемо

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2} \int_0^\pi sin\varphi d\varphi = \mu_0 nI.$$

(163) Установимо вираз для індукції магнетного поля, створеного точковим зарядом q , який рухається зі швидкістю U .

Розглянемо струм, створений N точковими зарядами величиною q . Згідно з законом Біо-Савара-Лапласа, він створює поле (мал. 105)



Мал. 105

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \sin \alpha.$$

Представивши силу струму, згідно з її означенням, дістанемо

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \frac{dq}{dt} dl \sin \alpha = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi r^2} v dq \sin \alpha, \end{aligned}$$

де $v = \frac{dl}{dt}$ – швидкість зарядів q . Заряд dq представимо як $q dN$ і, поділивши ліву й праву частини рівності на dN , дістанемо

$$\frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} q v \sin \alpha,$$

де $\frac{dB}{dN} = B$ – індукція, створена одним зарядом. Тоді

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} q v \sin \alpha.$$

З малюнка бачимо, що напрями векторів \vec{B} , \vec{v} і \vec{r} підкоряються правилу векторного добутку, тому

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} q \vec{v} \times \vec{r}.$$

Підставивши сюди радіус-вектор \vec{r} з формули для напруженості електричного поля точкового заряду, а саме

$$\vec{r} = \frac{4\pi\epsilon_0 r^3}{q} \vec{E},$$

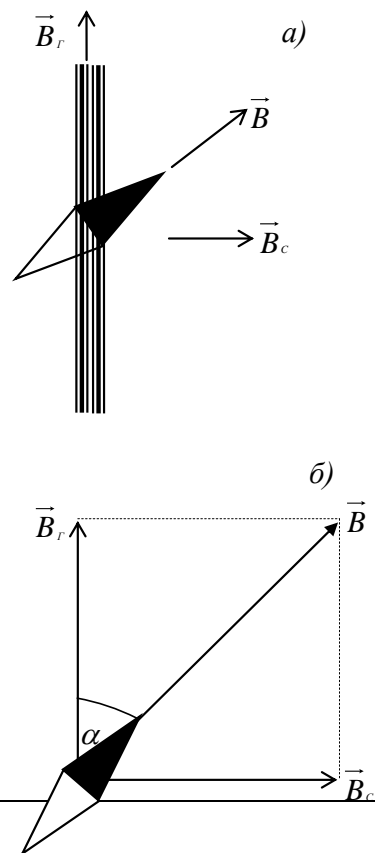
дістанемо

$$\vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \vec{v} \times \vec{E} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E},$$

де $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}.$

(164) Знайдемо спосіб визначення горизонтальної складової магнетного поля Землі за допомогою тангенс-гальванометра.

Установимо площину плоского соленоїда тангенс-гальванометра в площині магнетного меридіана, тобто в площині, яка проходить через вектор горизонтальної складової магнетного поля Землі \vec{B}_c і центр Землі. На напрям магнетного меридіана вкаже магнетна стрілка, яка встановлена в центрі плоского соленоїда. Якщо включити струм I через соленоїд, то він створить своє магнетне поле \vec{B}_s (мал. 106 а) і магнетна стрілка зорієнтується вздовж вектора $\vec{B} = \vec{B}_c + \vec{B}_s$. Помірявши кут α



Мал. 106

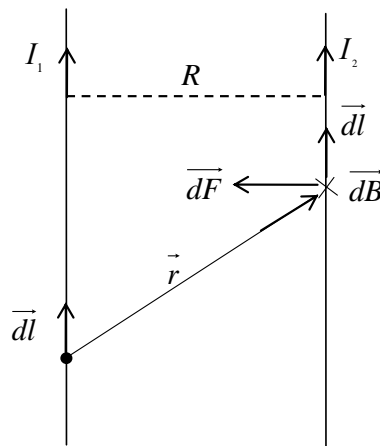
між напрямом магнетної стрілки і площиною соленоїда і застосувавши формулу для індукції поля в центрі плоского соленоїда (задача 161) $B_c = \frac{\mu_0 I}{2R} N$ з векторної діаграми (мал. 106 (б)) знайдемо горизонтальну складову магнетного поля Землі.

$$B_z = \frac{B_c}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{\mu_0 I N}{2R \operatorname{tg} \alpha}.$$

(165) На основі законів Ампера та Біо-Савара-Лапласа доведемо, що два паралельні проводи зі струмами одного напрямку притягаються, а протилежних – відштовхуються.

Один провід будемо трактувати як джерело магнетного поля, а другий – як такий, що розміщений в цьому полі (мал. 107).

Виберемо на першому проводі елемент струму $I_1 \vec{dl}$ і знайдемо індукцію поля \vec{dB} , створену ним в одній з точок простору, де є другий провід. Згідно з законом Біо-Савара-Лапласа і правилом визначення напрямку векторного добутку (правилом правого гвинта), він спрямований у площину малюнка. Це поле, згідно з законом Ампера, діє на елемент струму



Мал.107

му $I_2 \vec{dl}$ з силою \vec{dF} , яка, згідно з цим же правилом правого гвинта, спрямована в бік першого проводу. Всі інші елементи струму першого проводу в цій точці створюють таке ж поле за напрямом, тому викликають силу Ампера того ж напрямку, які, додаючись, утворюють сумарний вектор сили притягання до першого проводу. В усіх інших точках другого проводу ситуація така сама.

Якщо проводи поміняти ролями, тобто другий вважати джерелом поля, а перший як такий, який розміщений в цьому полі, то, очевидно, нічого не зміниться: перший провід буде з такою ж силою притягатися до другого, тобто між проводами виникне взаємна сила притягання.

Аналогічними міркуваннями та побудовами можна показати, що у випадку струмів протилежних напрямів між проводами виникне така ж сила відштовхування.

Тема 3. Циркуляція і потік вектора індукції магнетного поля

Фізичні поняття

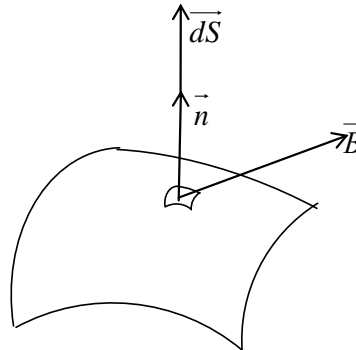
• **Циркуляція вектора магнетної індукції вздовж замкненого контура довжиною L** – це вираз

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l},$$

де $d\vec{l}$ – елемент довжини контура.

• **Потік вектора магнетної індукції через поверхню площею S** – це величина

$$\Phi_B = \oint_L \vec{B} d\vec{l},$$



Мал. 108

(мал. 108).

Постулати

➤ **Теорема про циркуляцію вектора магнетної індукції:** циркуляція вектора магнетної індукції вздовж будь-якого замкненого кон-

тура пропорційна до потоку вектора густини струму через поверхню, обмежену цим контуром

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} d\vec{S},$$

де μ_0 – магнетна стала.

➤ **Теорема Остроградського-Гауса для магнетного поля:** потік вектора індукції магнетного поля через будь-яку замкнену поверхню дорівнює нулеві, тобто

$$\oint_L \vec{B} d\vec{S} = 0.$$

Основні одиниці фізичних величин

• **Один ампер** – це сила такого постійного струму, який, протікаючи у двох паралельних нескінченно довгих та нескінченно тонких прямих проводах, що є у вакуумі на відстані 1 метр один від одного, спричиняє силу їхньої взаємодії на одиницю довжини $2 \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$.

Задачі

(166) На основі означення одиниці фізичної величини ампера визначимо числове значення магнетної сталої.

Ми вже показали (задача 165), що два паралельні нескінченно довгі провідники з струмами притягуються або відштовхуються.

Для того, щоб знайти величину цієї сили, розраховану на одиницю довжини провідників, напишемо вираз індукції поля прямого нескінченно довгого струму I_1 в точці, що розміщена на відстані R від нього (задача 159)

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}.$$

Тоді сила Ампера, яка діє з боку цього поля на другий провід

$$dF = I_2 B dl \sin \alpha = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} dl,$$

звідки

$$\mu_0 = \frac{2\pi R}{I_1 I_2} \frac{dF}{dl}.$$

З означення одного ампера випливає, що за умови $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$,

$R = 1 \text{ м}$, – сила взаємодії, що припадає на одиницю довжини має бути

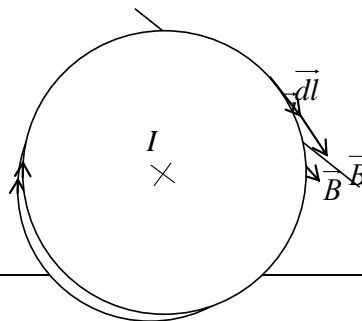
$$\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Н/м, тому}$$

$$\mu_0 = \frac{2\pi \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ А} \cdot 1 \text{ А}} 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}.$$

Як бачимо, числове значення магнетної сталої буде різним у різних системах одиниць, бо вона залежить від основних одиниць: одиниці сили струму, довжини, маси та часу.

(167) Перевіримо теорему про циркуляцію вектора магнетної індукції для прямого струму.

Спочатку розглянемо частковий випадок замкненого контура, який збігається з однією з силових ліній магнетного поля цього струму (мал. 109).



Обчислимо циркуляцію магнетної індукції вздовж цього контура.

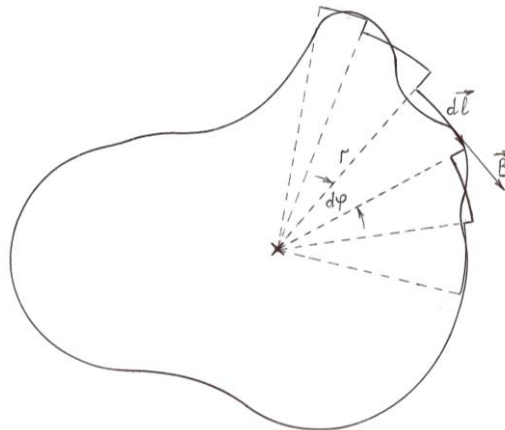
Раніше ми з'ясували (задача 158), що будь-яка силова лінія прямого струму – це коло з центром на прямій, вздовж якої тече струм i , відповідно, вектор \vec{B} є дотичним до нього. Оскільки вектор елемента довжини кола \vec{dl} також дотичний до цього кола, то скалярний добуток $\vec{B}d\vec{l} = Bdl$ і застосувавши формулу індукції поля прямого струму (задача 159), дістанемо

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl = \oint_L \frac{\mu_0 I}{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} 2\pi R = \mu_0 I.$$

Ми отримали, що циркуляція вектора магнетної індукції прямого струму вздовж замкненого контура, який збігається з будь-якою із силових ліній, пропорційна до сили струму, а оскільки сила струму – це потік вектора густини струму (задача 72 з розділу 2), то ця циркуляція пропорційна до потоку густини струму, причому з коефіцієнтом пропорційності μ_0 в повній відповідності до постулату про циркуляцію вектора магнетної індукції.

Тепер розглянемо більш загальний випадок, тобто коли прямий струм охоплено будь-яким проте плоским контуром (мал. 110).

Представимо цей контур як послідовність нескінченної кількості колових дуг та радіальних відрізків. Очевидно, що циркуляція вектора \vec{B} вздовж радіальних відрізків дорівнює нулеві, бо скалярний



Мал. 110

добуток $\vec{B}d\vec{l}$ там дорівнює нулеві як скалярний добуток взаємно-нормальних векторів. Для колових дуг $\vec{B}d\vec{l} = Bdl = Brd\varphi$, тому

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_0^{2\pi} Brd\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} rd\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I.$$

Якщо контур не плоский, то результат буде такий самий – усі відрізки, паралельні до струму, будуть нормальними до вектора індукції і не вноситимуть вкладу в інтеграл, тобто циркуляція вектора \vec{B} вздовж такого контура така ж як і вздовж його проекції на площину нормальну до струму.

Отже, ми довели, що для прямого струму теорема про магнетну циркуляцію дійсно має місце. Зауважимо, що ця теорема насправді є постулатом, вона ще має назву: закон Ампера.

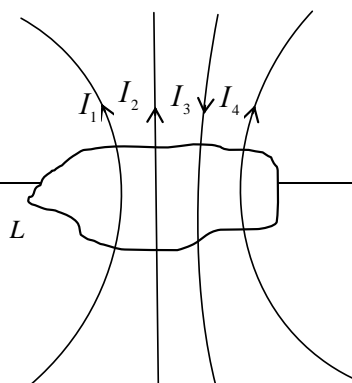
(168) На основі теореми про магнетну циркуляцію покажемо, що для випадку струмів будь-якої форми, які течуть у проводах

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

де $\sum_{i=1}^n I_i$, – алгебраїчна сума струмів, яка охоплена будь-яким контуром довжиною L .

Дійсно, для скінченної кількості струмів (мал. 111) інтеграл переходить в алгебраїчну суму, тобто

$$\oint \vec{j}d\vec{S} = \sum_{i=1}^n \vec{j}_i \vec{S}_i = \sum_{i=1}^n I_i$$



і теорема про магнетну циркуляцію набуває вигляду

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

(169) Представимо теорему про магнетну циркуляцію у диференціальній формі.

Для цього застосуємо теорему Стокса, яка стверджує, що циркуляція будь-якого вектора вздовж замкненого контура дорівнює потоку ротора цього вектора через поверхню, обмежену цим контуром. Дістанемо

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{B} d\vec{S}.$$

Звідси та згідно з теоремою про магнетну циркуляцію

$$\int_S \text{rot } \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{j} d\vec{S}.$$

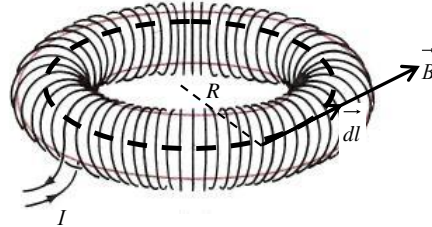
Оскільки в обидвох частинах рівності є поверхневі інтеграли по одній і тій же поверхні, то мають бути рівними й підінтегральні вирази, тобто

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}.$$

Це рівняння є диференціальною формою теореми про магнетну циркуляцію.

(170) За допомогою теореми про магнетну циркуляцію знайдемо вираз для індукції магнетного поля тороїда.

Нехай тороїд має радіус R і кількість витків N (мал. 112). Виберемо замкнений контур так, щоб він збігся з осьюовою лінією тороїда. Оскільки вектор \vec{B} в усіх точках вибраного нами контура однаковий і спрямований вздовж дотичної до нього, то $\vec{B}d\vec{l} = Bdl$ і



Мал. 112

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L Bdl = B \oint_L dl = 2\pi RB.$$

Цей контур охоплює N струмів однакового напрямку і величини I , тому, згідно з теоремою про магнетну циркуляцію,

$$2\pi RB = \mu_0 NI.$$

звідки

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R},$$

або враховуючи, що $\frac{N}{2\pi R}$ — це густота витків n

$$B = \mu_0 nI.$$

Бачимо, що магнетне поле всередині тороїда таке ж за величиною, як і всередині нормального соленоїда з такою ж густотою витків (задача 162). Це і не дивно, бо тороїд можна сконструювати згинанням нормального соленоїда так, щоб його вісь набула форми кола.

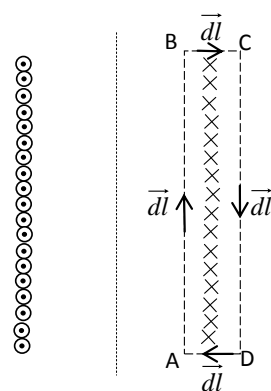
Щодо напрямку вектора індукції, то всередині соленоїда воно практично однорідне (однакове як за величиною так і за напрямом) а в тороїді однакове лише за величиною.

(171) На основі теореми про магнетну циркуляцію знайдемо вираз для індукції магнетного поля всередині нормального соленоїда.

Ми вже отримали формулу для індукції поля на осі нормального соленоїда на основі закону Біо-Савара-Лапласа (воно практично однакове всюди всередині соленоїда). Покажемо, що це можна зробити за допомогою теореми про магнетну циркуляцію, причому простіше. Щоб застосувати згадану теорему, нам слід вибрати замкнений контур, який охоплює всі струми величиною I . У ролі цього контура візьмемо контур $ABCD$ (мал. 113) і обчислимо циркуляцію вектора \vec{B} вздовж нього. Оскільки в області відрізків BC і DA вектор індукції є практично нормальним до $d\vec{l}$, то відповідні скалярні добутки $\vec{B}d\vec{l}$ дорівнюють нулеві і тому циркуляція вектора \vec{B} вздовж цих відрізків дорівнює нулеві. Щодо циркуляції вздовж відрізка CD , то вона значно менша за циркуляцію вздовж відрізка AB , бо поле за межами соленоїда значно слабше, ніж всередині. Тому циркуляція по всьому контуру зводиться до циркуляції вздовж відрізка AB і за теоремою про магнетну циркуляцію

$$\int_{AB} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 NI.$$

Позаяк на відрізку AB вектори \vec{B} і $d\vec{l}$ паралельні, то $\vec{B}d\vec{l} = Bdl$ і враховуючи однорідність поля всередині соленоїда маємо



Мал. 113

$$\underline{B \int_{AB} dl = \mu_0 NI,}$$

або

$$\underline{BL = \mu_0 NI,}$$

де L – довжина соленоїда, N – кількість його витків. З останньої рівності

$$\underline{B = \mu_0 \frac{N}{L} I,}$$

або

$$\underline{B = \mu_0 n I,}$$

де n – густина витків соленоїда.

(172) Представимо теорему Остроградського-Гауса для магнетного поля в диференціальній формі.

Для цього застосуємо математичну теорему, яка також називається теоремою Остроградського-Гауса і яка, по суті, переводить поверхневий інтеграл в об'ємний.

$$\underline{\oint_S \vec{a} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{a} dV,}$$

тобто потік будь-якого вектора \vec{a} через замкнену поверхню дорівнює інтегралу від дивергенції цього вектора за об'ємом, обмеженим цією поверхнею.

Згідно з цією теоремою, теорема Остроградського-Гауса для магнетного поля набуває вигляду

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 = \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV,$$

звідки, оскільки $V \neq 0$,

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Остання рівність представляє ту ж саму теорему Остроградського-Гауса для магнетного поля, проте в диференціальній формі.

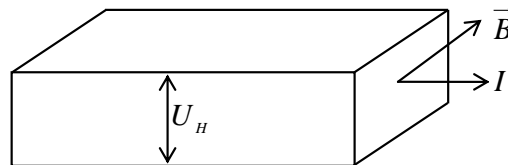
(173) Покажемо, що теорема Остроградського-Гауса для магнетного поля свідчить про замкненість силових ліній магнетного поля, що, своєю чергою, може трактуватися як відсутність у природі магнетних зарядів.

Дійсно, рівність нулеві потоку вектора магнетної індукції через будь-яку замкнену поверхню говорить про те, що кожна силова лінія, яка входить в область, обмежену цією поверхнею, мусить вийти з цієї області, тому ця силова лінія має бути замкненою, що, зі свого боку означає, що ніде немає її джерела, тобто немає магнетного заряду.

Тема 4. Сила Лоренца

Фізичні явища

• **Ефект Голла** – це явище виникнення різниці потенціалів між двома протилежними поверхнями провідника чи напівпровідника зі струмом паралельним до цих поверхонь у магнетному полі яке нормальне до струму і паралельне до цих



Мал. 114

Формат: Список

поверхонь (мал. 114).

• **Магнетоопір (магнеторезистивний ефект)** – це явище зміни опору провідника чи напівпровідника в магнетному полі.

• **Циклотронний резонанс** – це раптове зростання магнетоопору провідника чи напівпровідника за умови збігу циклотронної частоти носіїв струму з частотою фотона.

Фізичні поняття

• **Сила Лоренца** – це сила, яка діє на точковий заряд з боку електричного та магнетного полів (позначення \vec{F}_L).

• **Питомий заряд частинки** – це відношення заряду частинки до її маси.

• **Циклотронна частота** – це частота обертання зарядженої частинки навколо вектора індукції магнетного поля.

Фізичні системи й прилади

• **Сенсор Голла** – прилад, який працює за принципом ефекту Голла й призначений для вимірювання індукції магнетного поля.

• **Мас-спектрометр** – прилад, який працює на основі закономірностей руху заряджених частинок в електричному й магнетному полях і призначений для вимірювання мас йонів з метою установлення хемічного складу певного зразка.

• **Прискорювачі заряджених частинок** – прилади, за допомогою яких заряджені частинки прискорюються в електричному та магнетному полях до великих швидкостей.

• **Магнетогідродинамічний (МГД) генератор** – генератор постійної ЕРС, дія якого базується на розділенні електричних зарядів магнетним полем.

Задачі

(174) Установимо вираз для сили Лоренца.

Формат: Список

Формат: Список

З означення сили Лоренца та принципу суперпозиції сил випливає, що вона дорівнює сумі сил, які діють на точковий заряд з боку електричного \vec{F}_e та магнетного \vec{F}_m полів.

$$\vec{F}_L = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

Вираз для сили з боку електричного поля нам відомий: $\vec{F}_e = q\vec{E}$, тому нам залишилось віднайти вираз для сили з боку магнетного поля.

Розглянемо конкретний точковий заряд – електрон. Силу, яка діє з боку магнетного поля на цей електрон, знайдемо як силу, яка діє з боку цього поля на всі рухомі електрони, які є в заданому відрізку провідника, поділену на їхню кількість.

Сила, яка діє з боку магнетного поля на всі електрони відрізка провідника зі струмом dl , – це сила Ампера, вираз якої, як нам відомо, має вигляд

$$dF = IBdl \sin \alpha.$$

Представивши силу струму згідно з її означенням як $\frac{dq}{dt}$, а заряд dq як edN , де dN – кількість електронів в елементі довжини провідника dl , дістанемо

$$dF = \frac{dq}{dt} Bdl \sin \alpha = \frac{edN}{dt} Bdl \sin \alpha.$$

Враховуючи, що $\frac{dl}{dt}$ – це дрейфова швидкість електрона, маємо

$$dF = edNvB \sin \alpha.$$

Поділивши ліву й праву частину цієї формули на dN , дістанемо силу, яка діє на один електрон

$$\frac{dF}{dN} = e v B \sin \alpha.$$

або

$$F_m = e v B \sin \alpha.$$

Оскільки вектор дрейфової швидкості електрона \vec{v} є протилежним до елемента струму \vec{dl} , то

$$\vec{F}_m = -e \vec{v} \times \vec{B}.$$

Для будь-якого точкового позитивного заряду q

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

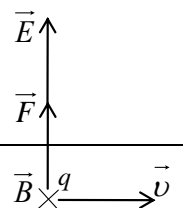
і вираз для сили Лоренца

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

(175) Вкажемо на відносність магнетного поля.

Нехай позитивний точковий заряд рухається зі швидкістю \vec{v} відносно спостерігача в лабораторній системі відліку в магнетному полі (для простоти нормально до силових ліній (мал. 115)). Очевидно, що на нього діятиме сила цього поля B

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}.$$



Мал. 115

Спостерігач, який рухається із зарядом, зафіксує ту ж саму силу, проте заряд відносно нього буде нерухомим, тому, з погляду цього спостерігача, це сила електричного поля, напруженість якого

$$\underline{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{q\vec{v} \times \vec{B}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}}$$

і силові лінії якого є нормальними до силових ліній магнетного поля, яке бачить спостерігач у лабораторній системі.

Отже, спостерігач у лабораторній системі сприймає поле як магнетне, тоді як спостерігач у системі, зв'язаній з зарядом, як електричне.

(176) Порівняємо силу електричної та магнетної взаємодії між двома точковими зарядами.

Розглянемо два точкові позитивні заряди, які рухаються зі швидкістю \vec{v} в лабораторній системі відліку (мал. 116). На другий заряд, з боку магнетного поля, створеного першим зарядом, діє сила

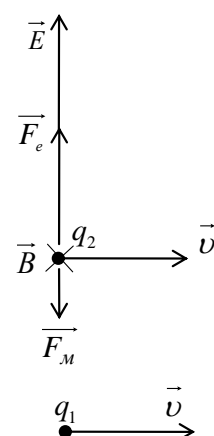
$$\underline{\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}},$$

де \vec{B} – індукція магнетного поля першого заряду, яка, як відомо (задача 163)

$$\underline{\vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}},$$

де \vec{E} – напруженість електричного поля цього заряду.

Отже, сила магнетної взаємодії цих двох зарядів



Мал. 116

$$\underline{\vec{F}_m = \frac{q}{c^2} \vec{v} \times (\vec{v} \times \vec{E})}$$

а її модуль

$$\underline{F_m = \frac{v^2}{c^2} qE_z}$$

Водночас сила електричної взаємодії

$$\underline{\vec{F}_e = q\vec{E}}$$

і її модуль

$$\underline{F_e = qE.}$$

Порівнюючи ці дві сили, маємо

$$\underline{\frac{F_m}{F_e} = \left(\frac{v}{c}\right)^2}$$

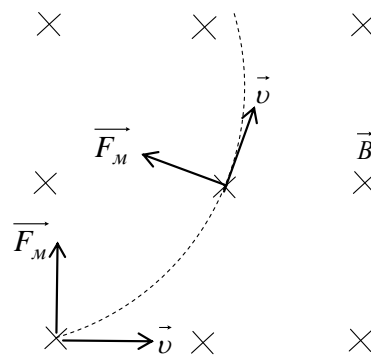
що означає, що за малих порівняно зі швидкістю світла швидкостей сила електричної взаємодії набагато більша за силу магнетної взаємодії, і для того, щоб ці дві сили зрівнялися, заряди мали би рухатися зі швидкістю світла.

Крім того, бачимо, що спостерігач у системі відліку, зв'язаний з зарядами, фіксує тільки електричне поле і, відповідно, електричне відштовхування між зарядами, тоді як спостерігач у лабораторній системі – як електричне, так і магнетне поле і, відповідно, силу електричного відштовхування та силу магнетного притягання, тобто рівнодійну цих сил, модуль якої з двох останніх рівнянь

$$F = F_e - F_m = qE \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right).$$

(177) Знайдемо циклотронну частоту точкового заряду, який потрапив у магнетне поле нормально до його силових ліній.

Як тільки заряджена частинка потрапить у магнетне поле, на неї почне діяти сила з боку цього поля яка, згідно з правилом правого гвинта для векторного добутку, буде спрямована нормально як до вектора індукції, так і до вектора швидкості (мал. 117). Це спричинить зміну траєкторії частинки, що, своєю чергою, спричинить зміну напрямку швидкості і, відповідно, напрямку сили.



Мал. 117

Так частинка буде рухатися дугою кола, радіус якого знайдемо з умови рівності відцентрової сили інерції, яка при цьому виникла, силі магнетного поля.

$$\frac{mv^2}{R} = qvB \sin \alpha,$$

звідки, враховуючи що $\alpha = 90^\circ$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

і на основі формули зв'язку лінійної і кутової швидкостей $v = \omega R$

$$\omega = \frac{qB}{m}.$$

Як бачимо, циклотронна частота не залежить від швидкості, з якою частинка влетіла в магнетне поле, а лише від її маси та індукції магнетного поля.

(178) Знайдемо радіус і крок гвинтової лінії, вздовж якої буде рухатися заряджена частинка, яка потрапила в магнетне поле під довільним кутом α до його силових ліній.

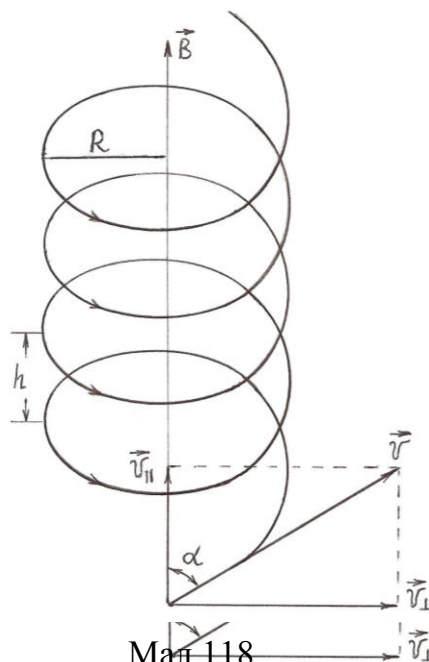
Спочатку покажемо, що сила магнетного поля визначається лише нормальною до магнетного поля складовою вектора швидкості заряду. Для цього розкладемо вектор швидкості на дві складові (мал. 118): нормальну й паралельну до поля та напишемо вираз для сили магнетного поля

$$\begin{aligned}\vec{F}_L &= q\vec{v} \times \vec{B} = q(\vec{v}_\parallel + \vec{v}_\perp) \times \vec{B} = \\ &= q(\vec{v}_\parallel \times \vec{B} + \vec{v}_\perp \times \vec{B}) = q\vec{v}_\perp \times \vec{B}.\end{aligned}$$

Аналогічно можемо показати, що сила магнетного поля визначається нормальною до вектора швидкості складовою вектора \vec{B} .

$$\vec{F}_M = q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{v}(\vec{B}_\parallel + \vec{B}_\perp) = q\vec{v} \times \vec{B}_\perp.$$

Радіус гвинтової лінії знайдемо з умови рівності сили магнетного поля відцентровій силі інерції



Мал.118

Мал.118

$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R},$$

звідки

$$R = \frac{mv_{\perp}}{eB},$$

або, підставивши $v_{\perp} = v \sin \alpha$,

$$R = \frac{mv}{eB} \sin \alpha.$$

Крок h гвинтової лінії знайдемо з умови, що за один період заряд, рухаючись вздовж поля зі швидкістю v_{\parallel} , проходить вздовж поля саме цю відстань, тобто

$$h = v_{\parallel}T = v \cos \alpha \frac{2\pi}{\omega} = v \cos \alpha \frac{2\pi R}{v_{\perp}} = \frac{2\pi m v}{eB} \cos \alpha.$$

(179) Визначимо питомий заряд електрона, якщо він, будучи прискореним різницею потенціалів U , потрапивши в нормальне до його швидкості магнетне поле з індукцією \vec{B} , відхилився на відстань d , пройшовши відстань l (мал. 119).

Потрапивши в магнетне поле, електрон рухатиметься дугою кола так, що відцентрова сила інерції дорівнюватиме силі магнетного поля.

$$\frac{mv^2}{R} = qvB,$$

звідки питомий заряд електрона

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{RB}.$$

Швидкість електрона v визначається прискорювальною напругою U з рівності

$$\frac{mv^2}{R} = eU,$$

звідки

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

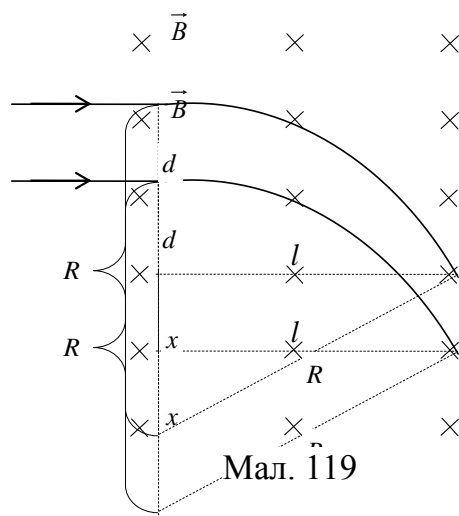
а радіус кола R з рівності

$$R^2 = (R - d)^2 + l^2,$$

звідки

$$R = \frac{l^2 + d^2}{2d}.$$

Підставивши знайдені вирази для v і R у вираз для питомого заряду, дістанемо



Мал. 119

Мал. 119

$$\frac{e}{m} = \frac{8d^2 U}{(l^2 + d^2)^2 B^2}.$$

(180) Визначимо питомий заряд електрона методом Томсона, а саме: якщо він, рухаючись нормально до силових ліній взаємно-нормальних та однорідних електричних та магнетних полів, не зазнав відхилення.

Той факт, що електрон, незважаючи на присутність електричного та магнетного полів, не зазнав їхньої дії, означає, що сили, які на нього діють з боку цих полів, однакові за величиною та протилежні за напрямом, тобто

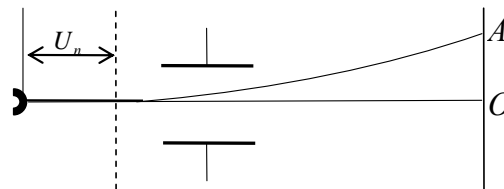
$$F_M = F_{e_z}$$

або, враховуючи вирази цих сил

$$e v B = e E,$$

звідки швидкість, з якою електрон має прийти в область дії цих двох полів

$$v = \frac{E}{B}.$$



Мал. 120

Ця швидкість задається прискорювальною напругою U_n :

$$\frac{mv^2}{2} = e U_n.$$

З двох останніх рівностей

$$\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2B^2 U_n}.$$

Якщо електричне поле створюється конденсатором, відстань між пластинами якого d і напруга на них U , а магнетне поле – соленоїдом з густотою витків n і силою струму I , то підставивши в останню формулу

$$E = \frac{U}{d},$$

$$B = \mu_0 n I$$

дістанемо

$$\frac{e}{m} = \frac{U^2}{2\mu_0^2 n^2 I^2 d^2 U_n} = \frac{1}{2U_n} \left(\frac{U}{\mu_0 n I d} \right)^2.$$

Практично це робиться так: в електронно-променевій трубці (мал. 120) за відсутності електричного та магнетного полів пучок електронів прискорений напругою U_n потрапляє, очевидно, в центр екрана (точка O). Далі включають магнетне поле і пучок електронів відхиляється у точку A . Після того включають електричне поле такої напруженості, щоб пучок електронів знову повернувся у центр екрана. Це буде означати, що сили, які діють на електрони з боку обидвох полів, компенсують одна одну. Вимірявши прискорювальну напругу U_n , відстань між пластинами конденсатора d та напругу на них U , силу струму в соленоїді I та густоту його витків n за останньою формулою, можемо обчислити питомий заряд електрона.

(181) Знайдемо масу однозарядного йона, який потрапив на фото-пластинку у масс-спектрографі Бейнбріджа на відстані L від щілини.

На мал. 121 схематично показано масс-спектрометр Бейнбріджа. Електричне поле \vec{E} та магнетне поле \vec{B} відіграють роль селектора, який відбирає (пропускає в отвір) лише ті йони, швидкість яких задовольняє умову

$$\underline{F_M = F_E}$$

або

$$\underline{e\nu B = eE.}$$

Усі інші йони будуть відхилені цими полями.

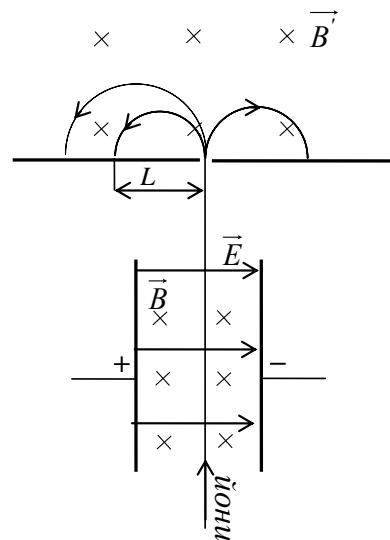
Отже, йони зі швидкістю

$$\underline{\nu = \frac{E}{B}}$$

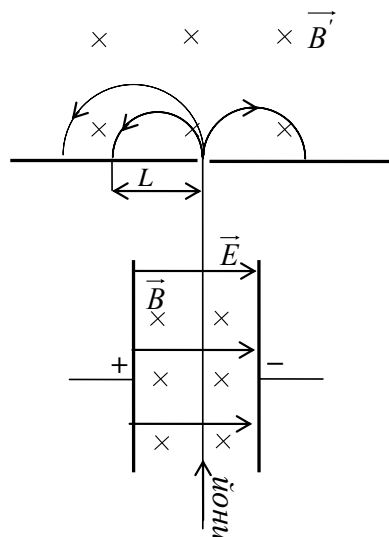
потрапляють в магнетне поле $\vec{B'}$, де на них діє сила цього магнетного поля, і під дією якої вони описують дугу кола, радіус якого знаходимо з умови рівності цієї сили відцентровій силі інерції

$$\underline{\frac{m\nu^2}{R} = e\nu B',}$$

звідки, а також з формули для ν



Мал. 121



$$m = \frac{Re B'}{v} = \frac{Re B' B}{E} = \frac{Le B' B}{2E}.$$

За напрямом дуги (вліво чи вправо), згідно з правилом правого гвинта для векторного добутку векторів, визначаємо також знак йона.

(182) Пояснимо механізм виникнення ефекту Голла і виразимо напругу Голла через індукцію магнетного поля і силу струму.

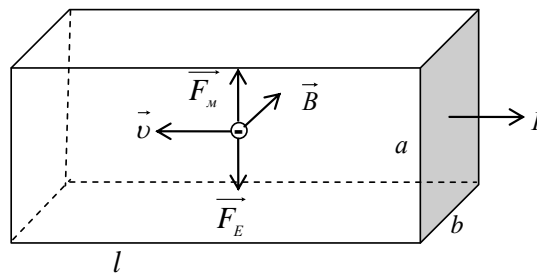
Помістимо метал чи напівпровідник зі струмом у магнетне поле, лінії індукції якого нормальні до струму (мал. 122).

Нехай основні носії заряду в цьому матеріалі – електрони. На них почне діяти сила магнетного поля яка відхилятиме їх до верхньої грані що порушить електронейтральність в усьому об'ємі зразка і спричинить виникнення електричного поля, спрямованого від нижньої до верхньої грані. Це поле діятиме на електрони з силою протилежною за напрямом до сили магнетного поля, причому воно зростатиме в міру нагромадження електронів на верхній грані. За умови рівності цих сил процес розділення зарядів припиниться. Напишемо цю умову

$$e v B = e E,$$

або, представивши E через напругу Голла U_H , дістанемо

$$v B = \frac{U_H}{a},$$



Мал. 122

звідки

$$\underline{U_H = avB.}$$

Представивши дрейфову швидкість електронів через густину струму й концентрацію, а густину струму через силу струму та розміри зразка, дістанемо

$$\underline{U_H = \frac{I}{ebn} B.}$$

(183) Покажемо, що вимірявши експериментально напругу Голла можна визначити концентрацію та рухливість носіїв струму в металі чи напівпровіднику.

З формули для напруги Голла

$$\underline{U_H = \frac{I}{ebn} B}$$

бачимо, що вимірявши силу струму I , індукцію поля B , розмір зразка b в напрямі магнетного поля та напругу Голла U_H , можна обчислити концентрацію носіїв струму

$$\underline{n = \frac{IB}{ebU_H},}$$

а також їхню рухливість

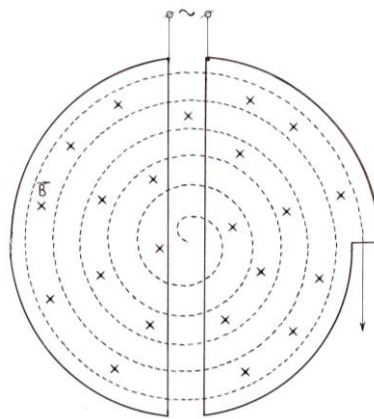
$$\underline{\mu = \frac{v}{E} = \frac{j}{enE} = \frac{Il}{abenU},}$$

де U – напруга на його кінцях.

(184) Пояснимо роботу прискорювача заряджених частинок – циклотрона.

В основі принципу роботи циклотрона лежить той факт, що частота обертання зарядженої частинки навколо вектора індукції магнетного поля, а це, як відомо, циклотронна частота, не залежить від її швидкості (задача 177).

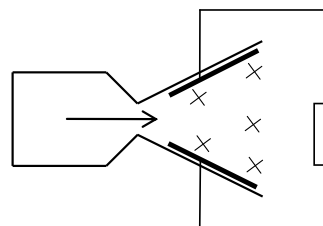
Циклотрон (мал. 123) складається з двох металевих півколових посудин з вакуумом, які називають дуантами. Однорідне магнетне поле нормальне до площини дуантів. Джерело заряджених частинок розміщене в центрі циклотрона. Якщо до дуантів приєднати джерело змінної ЕРС з частотою, яка збігається з циклотронною частотою, то частинка почне свій рух в електричному полі, яке буде її прискорювати незалежно від того, де вона є. З кожним обертом частота залишається сталою, а швидкість та радіус орбіти зростають (задача 177). У результаті частинка з великою швидкістю вилітає з циклотрона.



Мал 123

(185) Пояснимо роботу магнетогідродинамічного генератора (МГД-генератора).

У камері (мал. 124) робоче тіло нагрівається до температури приблизно 3000 К, тобто до стану плазми, і через сопло виривається у канал, у якому є магнетне поле, нормальне до напрямку руху плазми. Під дією сили магнетного поля позитивно заряджені частинки відхилитимуться до верхнього електрода, а негативно заряджені – до нижнього. Якщо до електродів приєднати споживача, то в колі потече струм, причому, оскільки процес розділення зарядів безперервний, то на місці носіїв струму, які втратили на споживачі



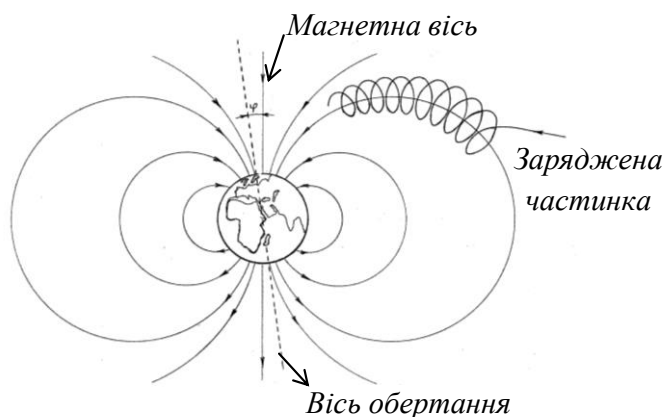
свою енергію дрейфового руху, приходять нові, тобто ми маємо джерело ЕРС.

Явище розділення зарядів у МГД-генераторі подібне до ефекту Голла з тією різницею, що в МГД-генераторі як позитивний, так і негативний заряди рухаються в одному напрямі, а в провіднику зі струмом – в протилежних. Це приводить до того, що різноіменні заряди в МГД-генераторі відхиляються до протилежних електродів, тоді як у провіднику зі струмом в магнетному полі – до одного і того ж електрода.

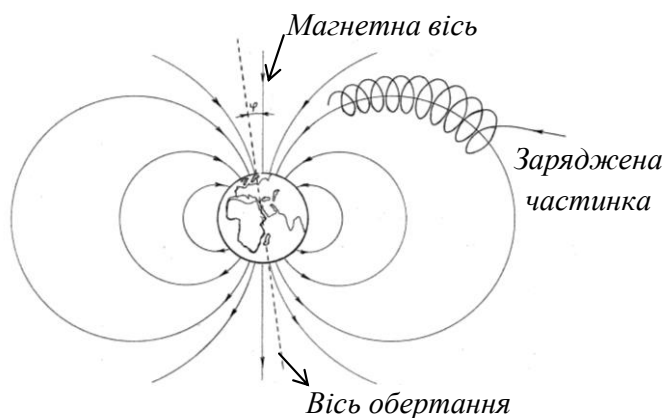
(186) Пояснимо, як виникає явище “північне сяйво”.

Відомо, що Сонце, крім світла та іншого електромагнетного випромінювання, випромінює потік частинок – електронів, протонів та йонів, – який дістав назву “сонячний вітер”. Відбувається це внаслідок високої температури Сонця – кінетична енергія частинок настільки велика, що вона перевищує роботу виходу за межі тяжіння Сонця (це та сама термоємність з тією різницею, що частинка мусить долати не тільки силу затримуючого електричного поля, а й силу тяжіння).

Якщо б цей “сонячний вітер” проник до нас, то життя на Землі було б неможливим, а захищає нас від цього убивчого потоку кор-



Мал. 125



Мал. 125

пускул магнетне поле Землі. Дійсно, заряджена частинка, наприклад, електрон потрапивши в магнетне поле Землі (мал. 125) під кутом до силової лінії, почне рухатися гвинтовою лінією навколо цієї силової лінії (задача 178). Коли вона досягає атмосфери Землі, а це, як видно з малюнка, відбувається біля магнетних полюсів, то, бомбардуючи атоми, спричиняє їх світіння.

Тема 5. Електромагнетна індукція

Фізичні явища

• **Електромагнетна індукція** – це явище виникнення ЕРС в замкненому контурі, який обмежує поверхню, що пронизується змінним магнетним потоком.

• **Самоіндукція** – явище виникнення ЕРС в замкненому провідному контурі внаслідок зміни сили струму в цьому ж контурі.

• **Взаємоіндукція** – явище виникнення ЕРС в провіднику внаслідок зміни сили струму в іншому провіднику.

• **Скін-ефект** – це явище тенденції протікання змінного струму ближче до поверхні провідника.

Фізичні поняття

• **Вихрові струми (струми Фуко)** – струми, які виникають у провідниках недротоподібної форми внаслідок явища електромагнетної індукції.

Фізичні величини

• **Індуктивність провідника** – це відношення магнетного потоку через поверхню, обмежену провідником, до сили струму в провіднику, що спричинив цей магнетний потік (позначення L)

$$L = \frac{\Phi_B}{I}.$$

Формат: Список

Формат: Список

Формат: Список

Фізичні системи й прилади

• **Флюксометр** – маленький плоский соленоїд (діаметром приблизно 1 см) приєднаний до гальванометра. Прилад призначений для вимірювання індукції магнетного поля.

Формат: Список

Постулати

➤ **Закон електромагнетної індукції (Фарадея):** якщо магнетний потік, крізь поверхню, яка обмежена замкненим провідним контуром, змінюється у часі, то в цьому контурі виникає ЕРС, що дорівнює темпу зміни цього магнетного потоку, причому індукований в контурі струм має такий напрям, що створений ним магнетний потік прагне компенсувати ту зміну магнетного потоку, яка його спричинила.

Формат: Список

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}.$$

➤ **Закон електромагнетної індукції (Максвелла):** змінне магнетне поле спричиняє виникнення вихрового електричного поля, циркуляція напруженості якого вздовж будь-якого замкнутого контура (уявного чи реального) дорівнює темпу зміни магнетного потоку крізь довільну поверхню, що обмежена цим контуром.

Формат: Список

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Задачі

(187) **Перевіримо закон електромагнетної індукції Фарадея для відрізка проводу, який рухається в однорідному магнетному полі нормально до його силових ліній.**

Перевірка закону електромагнетної індукції в цьому випадку зводиться до того, що слід показати, що в проводі виникне ЕРС, яка дорівнює темпу зміни магнетного потоку.

Як тільки провід почне рухатися в магнетному полі з певною швидкістю \vec{v} (мал. 126), то з боку цього поля на електрони почне діяти сила $\vec{F}_m = e\vec{v} \times \vec{B}$, напрям якої, згідно з правилом правого гвинта, буде вниз, що спричинить рух електронів до цього кінця проводу. Цей рух, своєю чергою, призведе до порушення електронейтральності в проводі і, як наслідок, до виникнення електричного поля, спрямованого від верхнього кінця проводу до нижнього. Коли напруженість електричного поля зросте до такої величини, що його сила $\vec{F}_e = e\vec{E}$ зрівняється з силою магнетного поля, рух електронів до нижнього кінця проводу припиниться.

Умова цього стану

$$\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0,$$

або

$$e\vec{v} \times \vec{B} = -e\vec{E},$$

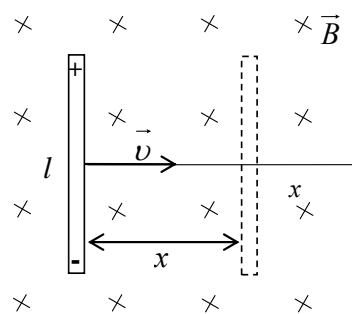
а для модулів цих векторів

$$e v B = -e E,$$

звідки

$$E = -v B,$$

або



Мал. 126

$$\frac{\mathcal{E}}{l} = -vB,$$

$$\underline{\mathcal{E} = -vlB.}$$

Зазначимо, що оскільки процес розділення зарядів у проводі безперервний то різниця потенціалів між його кінцями є насправді електрорушійною силою, тобто

$$\underline{\mathcal{E} = -vlB.}$$

Представивши далі швидкість v як $\frac{dx}{dt}$ і внісши під знак похідної сталі l і B , дістанемо

$$\underline{\mathcal{E} = -\frac{dx}{dt}lB = -\frac{d(xlB)}{dt} = -\frac{d(SB)}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dt}.}$$

Застосувавши означення ЕРС та магнетного потоку, останню рівність можемо представити

$$\underline{\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.}$$

(188) З'ясуємо, у чому полягає різниця між формулюваннями закону електромагнетної індукції Фарадея та Максвелла.

Закон електромагнетної індукції Фарадея передбачає існування провідного контура, у якому має виникнути струм внаслідок виникнення в ньому ЕРС індукції, тоді як це й же закон у формулюванні Максвелла стверджує, що наявність провідного контура не обов'язкова, вихрове електричне поле виникає незалежно від його існування, а цими контурами є замкнені силові лінії вихрового електричного поля.

(189) На основі закону електромагнетної індукції Фарадея та означення магнетного потоку проаналізуємо способи, якими можна отримати ЕРС індукції.

Згідно з законом електромагнетної індукції та означенням магнетного потоку для випадку однорідного (не обов'язково стаціонарного) магнетного поля

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(BS \cos \alpha),$$

де S – площа обмежена контуром, α – кут між вектором індукції магнетного поля \vec{B} та нормаллю до цієї поверхні \vec{n} .

З останньої формули бачимо, що є принаймні три способи отримання ЕРС:

- 1) змінювати в часі індукцію магнетного поля \vec{B} ,
- 2) змінювати площу S , обмежену контуром,
- 3) змінювати кут α між векторами \vec{B} і \vec{n} , наприклад, обертаючи контур.

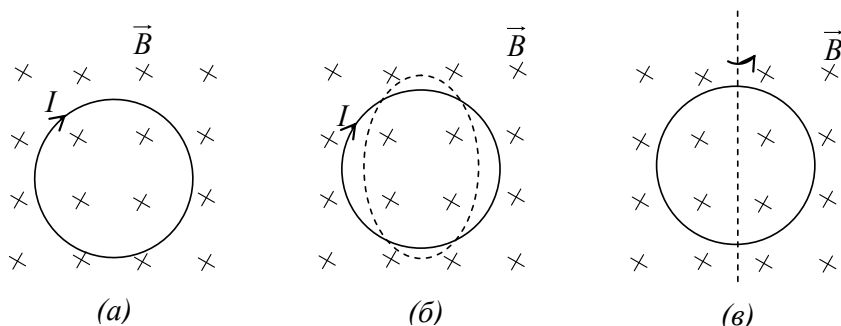
Найбільш практичним є третій спосіб. Саме принцип обертання контура в магнетному полі міститься в основі роботи генераторів змінної ЕРС, які генерують електричний струм на теплових, водних, атомних, вітрових та припливних електростанціях, і забезпечують на нинішній день основну частку електроенергії, яку споживає людство.

(190). Знайдено напрям індукованого струму у таких випадках електромагнетної індукції: а) провідний коловий контур є в однорідному магнетному полі, індукція якого зменшується (мал. 127, (а)); б) провідний коловий контур деформують в постійному однорідному магнетному полі (мал. 127, (б)); в) провідний контур рівномірно обертається в постійному однорідному магнетному полі (мал. 127, (в)).

а) Внаслідок зміни магнетного потоку через поверхню, обмежену контуром у ньому виникає ЕРС згідно з законом електромагнетної індукції. Струм, який потече в ньому, має два можливі напрями – за годинниковою стрілкою чи проти. Припустимо, що він тече за годинниковою стрілкою. Тоді створене ним магнетне поле в області, обмеженій контуром, буде співнаправлене з зовнішнім полем, яке спричинило цей струм, тобто магнетний потік індукованого струму підтримуватиме магнетний потік зовнішнього поля, компенсуючи його від’ємну зміну, що цілком відповідає закону електромагнетної індукції.

Отже, напрям індуктивного струму вибрано правильно. Очевидно, якщо б зовнішнє магнетне поле зростало, то струм потік би в протилежному напрямі. Зазначимо, що ту частину закону електромагнетної індукції Фарадея, яка говорить про напрям індукованого струму, називають правилом Ленца.

б) Оскільки площа контура зменшується, то магнетний потік крізь поверхню, обмежену ним, також зменшується і зміна магнетного потоку від’ємна (наступне значення магнетного потоку є меншим за попереднє). Згідно з правилом Ленца, магнетний потік індукованого струму повинен компенсувати цю від’ємну зміну магнетного потоку, тобто магнетне поле індукованого струму повинно бути співнаправлене із зовнішнім магнетним полем, а для цього струм, згідно з Законом Біо-Саваро-Лапласа, має текти за годинниковою стрілкою.



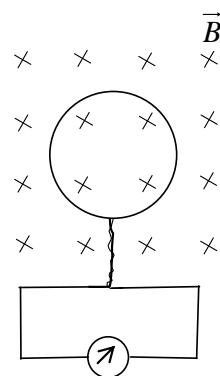
Мал. 127

в) За обертання контура в магнетному полі (мал. 127, (б)) за першу чверть періоду обертання магнетний потік буде зменшуватися внаслідок збільшення кута між вектором індукції та вектором нормалі до площини контура. При цьому, очевидно, індукований струм потече за годинниковою стрілкою, тобто так, щоб його магнетний потік підтримував магнетний потік зовнішнього поля (або інакше кажучи протидівав від'ємній зміні магнетного потоку зовнішнього поля).

У другій чверті періоду обертання контура магнетний потік знову зростатиме і струм потече в протилежній бік, тобто проти годинникової стрілки, компенсуючи, згідно з правилом Ленца, додатну зміну магнетного потоку. У наступних чвертях періоду струм знову змінюватиме свій напрям.

(191) Пояснимо, як вимірюють індукцію магнетного поля флюксометром.

Помістимо плоский соленоїд флюксометра, який має N витків, в ту область магнетного поля, де ми хочемо виміряти його індукцію нормально до його силових ліній, тобто так, щоб магнетний потік через нього був максимальним (мал. 128). Далі слід зробити так, щоб магнетний потік зменшився до нуля. Це, очевидно, можна зробити, виключивши струм, який створює це поле, або повернувши соленоїд на 90° . При цьому внаслідок електромагнетної індукції через гальванометр пройде заряд



Мал. 128

$$q = \int_0^t Idt = \int_0^t \frac{\varepsilon}{R} dt = -\frac{1}{R} \int_0^t \frac{d\Phi}{dt} dt =$$

$$= -\frac{1}{R} \int_0^t d\Phi = \frac{\Phi}{R} = \frac{NBS}{R}.$$

Унаслідок проходження цього заряду стрілка гальванометра відхилиться на кут α , який пропорційний до цього заряду, тобто

$$\alpha = bq = \frac{bNS}{R} B = aB,$$

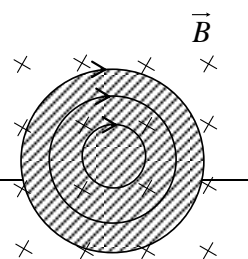
де b – коефіцієнт пропорційності між α і q , a – коефіцієнт пропорційності між α і B .

З останньої формули видно, що кут відхилення стрілки гальванометра пропорційний до індукції магнетного поля з коефіцієнтом пропорційності a , який називають сталою флюксометра (коефіцієнт пропорційності b називають сталою гальванометра). Сталу флюксометра знаходять експериментально, вимірявши кут α відхилення стрілки гальванометра, в ході описаного вище експерименту в магнетному полі з відомим значенням B .

З останньої формули також видно, що, знаючи сталу флюксометра, шкалу гальванометра можна проградувати в одиницях індукції магнетного поля, тобто в теслах.

(192) Пояснимо механізм виникнення вихрових струмів (струмів Фуко).

Розглянемо металеву пластину в магнетному полі (мал. 129). Нехай магнетний потік крізь цю пластину змінюється в часі. Тоді в кожному уявному контурі цієї пластини, згідно з законом



Мал. 129

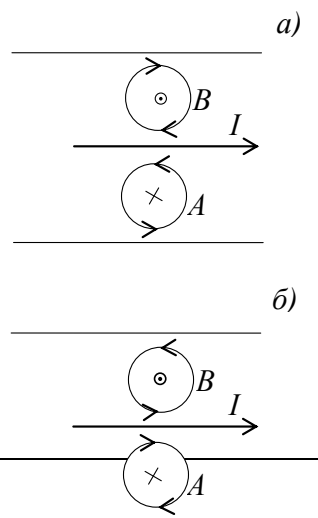
електромагнетної індукції, виникає ЕРС, а оскільки ці контури провідні, то в них виникають струми, які будуть себе виявляти передовсім нагріванням пластини. Крім того, якщо пластина була нерухома (зміна магнетного потоку забезпечується, наприклад, зміною індукції магнетного поля), то вона може почати рухатися під дією сил Ампера, які почнуть діяти на вихрові струми з боку магнетного поля. Якщо ж зміна магнетного потоку забезпечується, наприклад, обертанням пластини в магнетному полі, то вона буде гальмуватись і т.п, тобто крім ефекту нагрівання можуть виникати різні механічні ефекти, пов'язані з дією магнетного поля на вихрові струми. Якщо в пластині зробити прорізи, наприклад, у радіальному напрямі, то вихрових струмів буде значно менше.

Вихрові струми є шкідливими в осердях електромагнетів та трансформаторів. Щоб їх зменшити, ці осердя роблять не з суцільного куска сталі, а з пластин, розміщених паралельно до магнетного поля і склеєних між собою діелектриком.

Вихрові струми використовують у роторах асинхронних електродвигунів та в індукційних печах для нагрівання чи плавлення металів, а також у фізіотерапії для нагрівання органів та тканин людей (індуктотермія).

(193) Пояснимо механізм виникнення скін-ефекту.

Розглянемо змінний в часі струм, який тече в провіднику, і в якийсь момент часу він для прикладу, зростає (мал. 130, а). Тоді зростає і магнетне поле цього струму. Це зростаюче магнетне поле спричиняє до виникнення ЕРС в будь-якому контурі, що пронизується цим магнетним полем (контури *A* і *B*). Згідно з правилом Ленца, індукований струм потече так, що він підсилюватиме струм по краях і послаблюватиме його всередині.



Мал. 130

Коли струм в провіднику спадає (мал. 130, б), вихрові струми потечуть так, що підсилюватимуть струм всередині, тобто не даватимуть йому спадати і послаблюватимуть по краях, тобто сприятимуть його спаданню.

Отже, як у випадку зростання струму, так і у випадку його спадання, опір провідника буде більшим всередині і меншим по його краях. Очевидно, що цей ефект буде більшим, що більша буде частота зміни струму (бо тоді більшим буде темп зміни магнетного поля і, відповідно, більшими вихрові струми).

(194) Пояснимо природу явища самоіндукції і встановимо вираз для ЕРС самоіндукції.

Уявимо собі замкнений контур (чи соленоїд), у якому тече змінний струм. Оскільки струм змінюється з часом, то поверхня, обмежена цим контуром, пронизується змінним магнетним потоком, що спричиняє виникнення ЕРС і, як наслідок, струму. Цей новий струм залежить не від величини струму, який тече в контурі, а від темпу його зміни. Дійсно, магнетний потік крізь поверхню, обмежену контуром, пропорційний до індукції поля струму, яке, своєю чергою, пропорційне до сили струму.

$$\underline{\Phi_B \sim B \sim I,}$$

тобто

$$\underline{\Phi_B \sim I.}$$

Коефіцієнт пропорційності між цими величинами позначають буквою L і називають індуктивністю, тобто

$$\underline{\Phi_B = LI.}$$

Згідно з законом електромагнетної індукції

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}.$$

(195) Представимо закон електромагнетної індукції у диференціальній формі.

Виходимо з інтегральної форми закону електромагнетної індукції:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Циркуляцію, у лівій частині цієї рівності, представимо згідно з теоремою Стокса, яка стверджує, що циркуляція якогось вектора вздовж будь-якого замкненого контура дорівнює потоку ротора цього вектора крізь будь-яку поверхню, яка спирається на цей контур, тобто $\oint_L \vec{E} d\vec{l}$ замінімо на $\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S}$. Дістанемо

$$\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

Переставивши місцями операції інтегрування та диферентціювання в правій частині цієї рівності, маємо

$$\int_S \text{rot } \vec{E} d\vec{S} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}.$$

Оскільки тепер обидва інтеграли – це інтеграли за однією і тією ж поверхнею S , то їхня рівність означає рівність підінтегральних виразів, а саме

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Ми отримали диференціальну форму закону електромагнетної індукції.

(196) Знайдемо вираз для індуктивності нормального соленоїда, тобто виразимо цю величину через геометричні розміри соленоїда та густоту витків.

Згідно з означенням, індуктивність – це відношення магнетного потоку до сили струму, яка є причиною цього магнетного потоку, тому

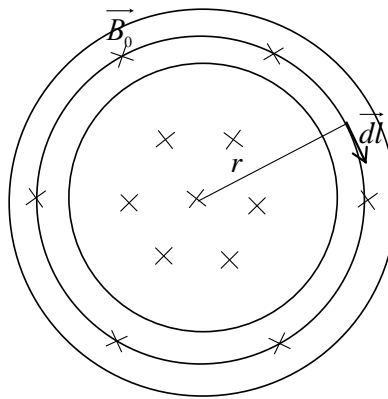
$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{BSN}{I} = \frac{\mu_0 I n S N}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu_0 n^2 V,$$

де ми, крім означення індуктивності, застосували послідовно означення магнетного потоку, формулу магнетної індукції нормального соленоїда, та означення густоти витків нормального соленоїда.

(197) Розкриємо принцип роботи прискорювача заряджених частинок бетатрона та встановимо умову, за якої заряджена частинка буде утримуватися в бетатроні на сталій орбіті.

У бетатроні заряджені частинки прискорюються у порожнистому відпомпованому тороїді, який поміщений в неоднорідне і змінне в часі магнетне поле, що слабшає від центру до країв (мал. 131). Неоднорідність магнетного поля забезпечується зрізанням країв полюсів електромагнета.

Змінне магнетне поле, згідно з законом електромагнетної ін.дукції, спричиняє виникнення вихрового електричного поля, лінії напруженості якого замкнені й нормальні до силових ліній магнетного поля. Одна з таких силових ліній у випадку спадання магнетного поля показана на мал. 131. Це вихрове електричне поле і прискорює заряджені частинки.



Мал.131

Покажемо, що для того, щоб заряджені частинки оберталися на сталій орбіті, магнетне поле дійсно має бути неоднорідним, і встановимо наскільки. Очевидно, що для сталого обертання частинки відцентрова сила інерції має компенсуватись силою магнетного поля, яка виникне, як тільки вона почне рухатись, тобто

$$\underline{qv_0 = \frac{mv^2}{r}},$$

звідки

$$\underline{rqB_0 = mv},$$

де B_0 – індукція магнетного поля в області тороїда, r – радіус тороїда.

Продиференціюємо останню рівність за часом

$$\underline{rq \frac{dB_0}{dt} = m \frac{dv}{dt}}.$$

Згідно з основним рівнянням динаміки

$$\underline{m \frac{dv}{dt} = qE}$$

ТОМУ

$$\underline{rq \frac{dB_0}{dt} = qE,}$$

ЗВІДКИ

$$\underline{E = r \frac{dB_0}{dt}}, \quad (1)$$

де E – напруженість прискорювального вихрового електричного поля, яку знайдемо із закону електромагнетної індукції

$$\underline{\int_l \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} .}$$

Інтеграл зліва дорівнює EL , де L – довжина кола, а справа $B_C S$, де S – площа круга, а B_C – середнє значення індукції магнетного поля в межах цього круга, тобто неоднорідне поле ми уявно замінили на однорідне, яке створює такий самий потік і має індукцію B_C . Отже, остання рівність виглядає так:

$$\underline{EL = S \frac{dB_c}{dt}},$$

ЗВІДКИ

$$\underline{E = \frac{S}{L} \frac{dB_C}{dt} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} \frac{dB_C}{dt} = \frac{r}{2} \frac{dB_C}{dt} .}$$

Підставивши отриманий вираз для E у формулу (1), дістанемо

$$\frac{r}{2} \frac{dB_c}{dt} = r \frac{dB_0}{dt}.$$

Звідки

$$B_0 = \frac{1}{2} B_c,$$

що означає, що для забезпечення стабільності орбіти зарядженої частинки індукція магнетного поля в області орбіти частинки має дорівнювати половині середнього значення магнетного поля по області, обмеженій цією орбітою.

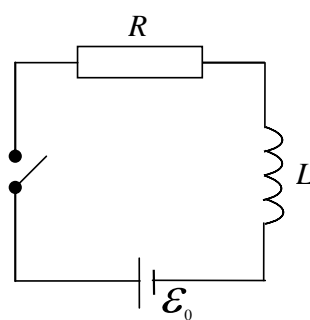
Зверніть увагу також на те, що для того, щоб прискорювати негативно заряджені частинки, магнетне поле має бути спадним, бо при цьому сила з боку магнетного поля буде протидіяти відцентрованій силі. Для прискорення позитивних частинок, навпаки, магнетне поле має зростати.

(198) Установимо закон спадання сили струму після розмикання кола постійного струму.

Якщо розімкнути коло постійного струму, то струм, спадаючи, спричинить виникнення ЕРС самоіндукції вираз якої

$-L \frac{dI}{dt}$, де L – індуктивність кола (мал. 132).

Згідно з другим правилом Кірхгофа, яке, очевидно, можна застосовувати не тільки до постійного струму, а й до будь-якого миттєвого значення змінного струму



Мал. 132

$$\underline{-L \frac{dI}{dt} = IR,}$$

де IR – напруга в колі.

Розв'язок останнього диференціального рівняння

$$\underline{\ln I = -\frac{R}{L}t + C,}$$

де C – стала, яку знаходимо з умови, що в початковий момент часу $t=0$, тобто в момент розмикання кола, сила струму мала певне початкове значення I_0 . Підставивши ці значення в розв'язок, дістанемо

$C = \ln I_0$ і остаточний розв'язок

$$\underline{I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t},}$$

або врахувавши закон Ома для замкненого кола

$$\underline{I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} e^{-\frac{R}{L}t}.}$$

Як бачимо, темп падіння сили струму залежить від параметрів кола R і L – зі збільшенням R сила струму спадає швидше, а зі збільшення L – повільніше.

Зауважимо, що як опір R , так і індуктивність L , не обов'язково мають бути відокремленими в якомусь елементі кола, а можуть бути розподілені по колі.

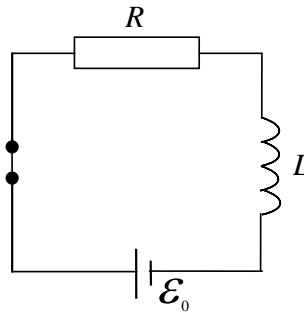
(199) Установимо закон зростання сили струму після замикання кола постійного струму.

Після замикання кола постійного струму (мал. 133), як і після його вимикання (задача 198), виникне ЕРС самоіндукції, і тому в колі буде дві ЕРС – ЕРС самоіндукції та ЕРС джерела. Згідно з другим правилом Кірхгофа

$$IR = \mathcal{E}_0 - L \frac{dI}{dt},$$

або

$$IR + L \frac{dI}{dt} = \mathcal{E}_0.$$



Мал. 133

Розв'язок цього неоднорідного диференціального рівняння першого порядку складається з розв'язку відповідного однорідного рівняння та свого частинного розв'язку. Частинний розв'язок цього рівняння знаходиться легко, бо шукаємо його як сталу величину для якої, очевидно, $\frac{dI}{dt} = 0$. З цієї умови з останнього рівняння частинний розв'язок – це стала $\frac{\mathcal{E}_0}{R}$. Отже, загальний розв'язок

$$I = \frac{\mathcal{E}_0}{R} + Ce^{-\frac{R}{L}t}.$$

Підставивши початкові умови, а саме $t=0$ та $I=0$, визначивши за цих умов

$$C = -\frac{\mathcal{E}_0}{R},$$

дістанемо

$$I = \frac{\varepsilon_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

(200) Виразимо енергію магнетного поля через силу струму, який є джерелом цього поля.

Енергію магнетного поля будемо шукати, як роботу сторонніх сил, яку вони виконують, щоб подолати ЕРС самоіндукції, яка виникає при вмиканні джерела постійної ЕРС.

За означенням потужності елементарна робота

$$dA = P dt,$$

де P – потужність джерела ЕРС самоіндукції. Підставивши в цей ви-

раз $P = \mathcal{E}I$ і враховуючи, що $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ дістанемо

$$dA = \mathcal{E}I dt = -L \frac{dI}{dt} I dt = -LI dI,$$

$$A = \int_0^I -LI dI = -\frac{LI^2}{2}.$$

Отже, енергія магнетного поля створеного струмом I

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

(201) Виразимо густину енергії магнетного поля через індукцію цього поля.

Зробимо це для поля нормального соленоїда. В останній вираз для енергії магнетного поля підставимо вираз для індуктивності нормального соленоїда і отримаємо з цієї формули вираз для енергії магнетного поля цього соленоїда.

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 n^2 V I^2}{2} = \frac{1}{2\mu_0} (\mu_0 n I)^2 V,$$

звідки, поділивши ліву й праву частину цієї рівності на об'єм соленоїда V , дістанемо густину енергії магнетного поля

$$w = \frac{1}{2\mu_0} B^2,$$

або

$$w = \frac{1}{2\mu_0} B\mu_0 H = \frac{1}{2} BH.$$

Оскільки вектори \vec{B} і \vec{H} співнапрямлені, то

$$w = \frac{1}{2} \vec{B}\vec{H}.$$

Тема 6. Магнетне поле в речовині

Фізичні явища

• **Механоманетний ефект (Ефект Барнета)** – це явище намагнетчення тіла внаслідок його обертання.

• **Магнетомеханічний ефект (ефект Ейнштейна-де-Гааза)** – це явище обертання тіла внаслідок його намагнетчення.

Формат: Список

• **Електронний парамагнетичний резонанс (ЕПР)** – це явище поглинання парамагнетиком в магнетному полі електромагнетної хвилі з частотою, яка дорівнює частоті Лармора всіх електронів атома.

• **Ядерний магнетний резонанс (ЯМР)** – це явище поглинання магнетиком у магнетному полі електромагнетної хвилі з частотою, яка дорівнює ларморівській частоті ядра.

• **Циклотронний резонанс (ЦР)** – це явище поглинання вільними електронами твердого тіла в магнетному полі електромагнетної хвилі (фотонів) з частотою, яка дорівнює циклотронній частоті.

• **Магнетофононний резонанс (МФР)** – це явище поглинання вільними електронами твердого тіла в магнетному полі теплової хвилі (фононів) з частотою, яка дорівнює циклотронній частоті.

Фізичні поняття

• **Орбітальний магнетний момент електрона** – магнетний момент, який виникає внаслідок орбітального руху електрона в атомі.

• **Спіновий магнетний момент електрона** – магнетний момент, яким володіє кожен електрон (вільний чи зв'язаний з атомом).

• **Магнетон Бора** – це найменше значення орбітального магнетного моменту електрона (позначення μ_B).

• **Гіромагнетне відношення** – це відношення орбітального магнетного моменту електрона до його орбітального моменту імпульсу.

• **Спінове гіромагнетне відношення** – це відношення спінового магнетного моменту електрона до його власного моменту імпульсу.

• **Діамагнетик** – речовина, у якій кожен атом чи молекула не мають магнетного моменту.

• **Парамагнетик** – речовина, у якій кожен атом чи молекула мають магнетний момент, проте будь-який зразок цієї речовини не має магнетного моменту.

• **Феромагнетик** – речовина, кожен атом чи молекула якої має магнетний момент, і в якій існують мікрообласті (домени) з ненульовим магнетним моментом. Макрозразок цієї речовини може

Формат: Список

мати або не мати магнетного моменту залежно від його історії перебування в магнетних полях.

- **Частота Лармора** – це величина, на яку змінюється частота обертання електрона навколо ядра під впливом зовнішнього магнетного поля.

- **Магнетний гістерезис** – це явище залежності зміни намагнетченості феромагнетика в зовнішньому магнетному полі від його історії намагнетчення.

- **Точка Кюрі** – температура, за якої феромагнетик переходить у парамагнетик.

- **Намагнетченість (вектор намагнетченості)** – це магнетний момент одиниці об'єму магнетика (позначення j)

$$j \equiv \frac{dP_m}{dV}.$$

- **Магнетна сприйнятливість магнетика** – це відношення його намагнетченості до напруженості зовнішнього магнетного поля, яка її спричинила (позначення χ).

$$\chi \equiv \frac{j}{H_0}.$$

- **Відносна магнетна проникність магнетика** – це збільшена на одиницю його магнетна сприйнятливість (позначення μ)

$$\mu \equiv \chi + 1.$$

- **Антиферомагнетик** – речовина, в доменах якої атоми мають попарно протилежні магнетні моменти, а напрями магнетних моментів атомів у різних доменах різні.

Формат: Список

Формат: Список

Формат: Список

• Феримагнетик – це некомпенсований антиферомагнетик (в межах домена є атоми двох сортів з попарно протилежними за напрямом магнетними моментами, які мають різну величину).

• Множник Ланде (g - фактор) – величина, яка показує, у скільки разів гіромагнетне відношення електрона в атомі є більшим за спінове гіромагнетне відношення.

• Ефективна маса вільного електрона в твердому тілі – це маса такої частинки з зарядом електрона, яка під дією заданої зовнішньої сили набуває такого ж прискорення, як і вільний електрон у твердому тілі під впливом тієї ж зовнішньої сили.

Задачі

(202) Знайдемо відношення орбітального магнетного моменту електрона в атомі P_{m_0} до його орбітального моменту імпульсу L_0 (орбітальне гіромагнетне відношення).

Оскільки орбітальний момент імпульсу електрона

$$\underline{L_0 = mvr},$$

то магнетний момент представимо також через радіус орбіти r та швидкість електрона на орбіті v .

Згідно з означенням магнетного моменту

$$\underline{P_{m_0} = IS}.$$

Оскільки струм I створюється одним електроном, то через поперечний переріз уявного провідника за період T проходить заряд e , тому, згідно з означенням сили струму

$$\underline{I = \frac{e}{T}}.$$

З двох останніх рівностей дістанемо

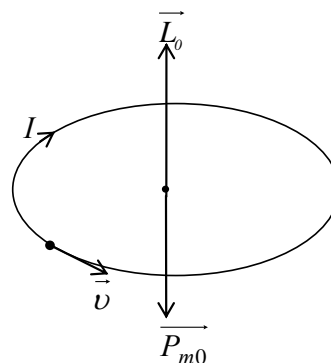
$$\underline{P_{m0} = \frac{e}{T} S = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{1}{2} evr.}$$

Звідси і з рівності для L_0 маємо шукане відношення

$$\underline{g_0 = \frac{P_{m0}}{L_0} = \frac{e}{2m}.}$$

(203) Покажемо, що вектор моменту імпульсу електрона в атомі протилежний до вектора його орбітального магнетного моменту.

Вектор моменту імпульсу спрямований за поступальним рухом правого гвинта, якщо гвинт крутити в напрямі руху електрона (мал. 134), а вектор магнетного моменту знаходимо за тим самим правилом правого гвинта, коли гвинт крутити в напрямі струму. А оскільки еквівалентний руху електрона струм тече проти напрямку його руху, то вектор магнетного моменту є протилежним до вектора моменту імпульсу.



Мал. 134

(204) Знайдемо числове значення магнетона Бора (на основі квантованості моменту імпульсу).

З гіромагнетного відношення

$$\underline{P_{m0} = \frac{e}{2m} L_0.}$$

Оскільки орбітальний момент імпульсу квантований $L_0 = n\eta$, де η – стала Планка, то і магнетний момент квантований

$$\underline{P_{m0} = \frac{e}{2m} n\eta}$$

і найменше його значення буде за умови $n=1$. Це значення і є магнетон Бора згідно з його означенням, тобто

$$\underline{\mu_B = \frac{e}{2m} \eta = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2.}$$

Отже, магнетон Бора є квантом магнетного моменту.

(205) На основі того факту, що електрон має власний момент імпульсу $L_s = \pm \frac{h}{2}$ та власний (спіновий) магнетний момент, який дорівнює магнетону Бора, знайдемо спінове гіромагнетне відношення.

Отже, спінове гіромагнетне відношення

$$\underline{g_s = \frac{P_{ms}}{L_s} = \frac{e\eta}{2m} \frac{2}{\eta} = \frac{e}{m}.$$

Очевидно, що, як і для орбітальних моментів, вектори \vec{L}_s та \vec{P}_{ms} взаємнопротилежні.

(206) Установимо, з яких складових складається магнетний момент атома та цілого магнетика.

Очевидно, що магнетний момент атома як векторна величина складається з векторної суми магнетних моментів усіх електронів та ядра. Нагадаємо, що магнетний момент окремого електрона, своєю чергою дорівнює сумі орбітального та спінового магнетних моментів.

Магнетний момент ядра також складається з його орбітального магнетного моменту (ядра насправді обертаються навколо спільного з електронами центра мас), власного магнетного моменту ядра та власних магнетних моментів нуклонів. Проте оскільки магнетний момент ядра на три порядки менший за магнетний момент електронів (ядер-

ний магнетон $\frac{e\hbar}{2m_p}$ є меншим за магнетон Бора $\frac{e\hbar}{2m_e}$ в $\frac{m_p}{m_e} \approx 1837$

разів) то в багатьох задачах ним можна нехтувати.

Також очевидно, що магнетний момент магнетика (макстротіла) дорівнює сумі магнетних моментів усіх його атомів та вільних електронів (якщо такі є), кожен з яких володіє спіновим магнетним моментом.

(207) Покажемо, що гіромагнетне відношення електрона в атомі не дорівнює ні спіновому, ні орбітальному гіромагнетному відношенню.

Очевидно, що для вільного електрона, який має лише спіновий момент імпульсу та спіновий магнетний момент, гіромагнетне відношення дорівнює спіновому гіромагнетному відношенню, тобто $\frac{e}{m}$.

Для електрона в атомі як момент імпульсу дорівнює векторній сумі орбітального та спінового моментів імпульсу, так і магнетний момент дорівнює векторній сумі орбітального та спінового магнетних моментів. Це означає, що гіромагнетне відношення електрона в атомі не дорівнює ні орбітальному $\frac{e}{2m}$, ні спіновому $\frac{e}{m}$, а якомусь проміжно-

му значенню, яке залежить від кута між векторами орбітального та спінового моментів імпульсу, тобто

$$\Gamma = \frac{P_m}{L} = g \frac{e}{2m} = g\Gamma_s,$$

де g – множник Ланде (g – фактор), який для електрона в атомі $1 \leq g \leq 2$.

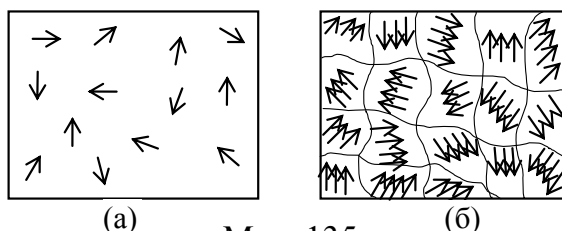
Якщо в атомі не один електрон, то це гіромагнетне відношення яке тепер дорівнює відношенню сумарного магнетного моменту всіх електронів до такого ж сумарного моменту імпульсу можна трактувати як гіромагнетне відношення атома (якщо знехтувати магнетним і механічним моментом ядра).

(208) Покласифікуємо всі магнетики на діа- пара- та феромагнетики з погляду наявності магнетних моментів у їхніх електронів, атомів, мікро- та макрообластей.

В атомі може скластися така ситуація, що його сумарний магнетний момент дорівнюватиме нулеві (орбітальні магнетні моменти скомпенсовані спіновими). Такі речовини і є діамагнетиками.

Зрозуміло, що оскільки в атомів відсутні магнетні моменти, то речовина загалом також не має магнетного моменту.

Якщо ж кожен атом магнетика має магнетний момент, то це ще не означає, що магнетик має магнетний момент. Дійсно, внаслідок того, що магнетні моменти атомів спрямовані хаотично, то їхня сума величезної кількості доданків практично дорівнює нулеві, що означає, що парамагнетик, як і діамагнетик загалом, не має магнетного моменту (мал. 135 (а)).



Мал. 135

У феромагнетику, на відміну від парамагнетика, немає цілкового хаосу в напрямках магнетних моментів атомів – там є цілі мікро-області (домени), у яких магнетні моменти атомів упорядковані (мал. 135 (б)). Проте оскільки магнетні моменти окремих доменів спрямовані хаотично, то феромагнетик загалом, як і діа- та парамагнетик, не має магнетного моменту.

(209) З'ясуємо механізм виникнення доменів у феромагнетику.

Цей механізм подібний до механізму виникнення доменів у сегнетоелектрику.

Може статися так, що в якийсь момент часу магнетні моменти двох сусідніх атомів виявляться співнапрямленими. При цьому магнетне поле, створене відповідними молекулярними струмами цих атомів, підсилить. Тоді під впливом цього поля упорядкується третій, четвертий і п'ятий атом, причому, що більше магнетних моментів упорядкується, то стійкішою стає ця система й активніше спонукає до упорядкування інші атоми.

На перший погляд видається, що це упорядкування магнетних моментів має поширитися на весь кристал. Проте взявши до уваги те, що в інших областях кристалу виникають подібні флуктуації магнетного моменту, які поведуться так само, доходимо висновку, що весь кристал буде поділений на області з упорядкованими магнетними моментами, причому їхні напрями будуть різні в різних областях (доменах). Очевидно, що розміри цих областей будуть більші, що менша ймовірність виникнення флуктуації магнетного моменту.

(210) Покажемо, як за приблизними розмірами домену у феромагнетику можна знайти ймовірність його виникнення і навпаки.

За означенням ймовірності, ймовірність виникнення домену

$$P = \frac{I}{N},$$

де N – кількість атомів у домені, тобто в одному випадку з N виникає флуктуація магнетного моменту, яка спричиняє виникнення домену. Представимо кількість атомів N через концентрацію n та об'єм V . Дістанемо

$$P = \frac{I}{nV},$$

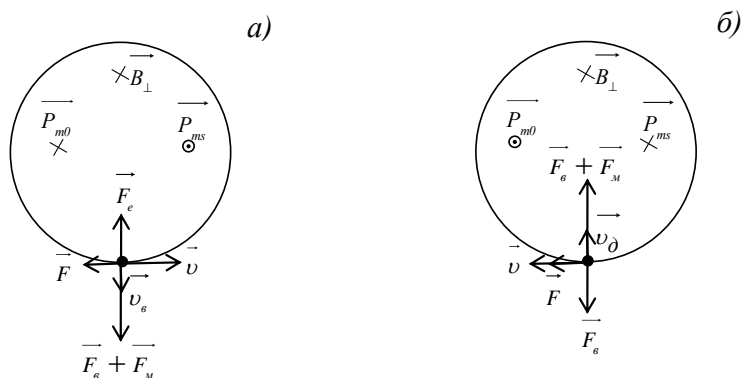
звідки бачимо, що більша ймовірність виникнення домену, то менший його об'єм.

(211) З'ясуємо природу діамагнетного ефекту, тобто покажемо, що діамагнетик намагнечується проти зовнішнього магнетного поля, що означає, що магнетне поле в діамагнетику послаблюється.

Спочатку покажемо, що в магнетному полі електрони в одних атомах діамагнетика сповільнюють свою орбітальну швидкість, а в інших – прискорюють.

Для цього поділимо атоми діамагнетика, який потрапив у магнетне поле, на два типи: ті, для яких нормальна до площини орбіти складова вектора індукції зовнішнього магнетного поля B_{\perp} співнапрямлена з його орбітальним магнетним моментом (мал. 136, (а)), і ті, для яких ця складова спрямована проти орбітального магнетного моменту, тобто за напрямом спінового магнетного моменту (мал. 136, (б)), оскільки в електрона в атомі діамагнетика орбітальний та спіновий магнетні моменти однакові й протилежні за напрямом.

З мал. 136 видно, що орбітальна швидкість електрона в атомі



Мал. 136

першого типу зменшується, а другого – збільшується. Дійсно, в магнетному полі до електричної сили притягання до ядра F_e та відцентрової сили інерції F_B додається ще сила магнетного поля F_m , яка в першому випадку спрямована від центра, а в другому – до центра. Тоді рівнодійна сила вже не дорівнює нулеві і електрон починає сходити з орбіти: в першому випадку від ядра, а в другому – до нього. Як видно з того ж малюнка, це сходження з орбіти спричиняє виникнення рівнодійної сили \vec{F} , яка в першому випадку гальмує орбітальний рух електрона, а в другому – прискорює. Це гальмування в першому випадку (мал. 136, а) приводить до зменшення орбітального магнетного моменту, а оскільки спіновий магнетний момент залишається незмінним, то результивний магнетний момент спрямований в бік спінового, тобто проти поля. У другому випадку (мал. 136, б) орбітальний магнетний момент зростає і результивний магнетний момент спрямований в бік орбітального, тобто знову ж таки проти зовнішнього поля (пам'ятаємо, що напрям орбітального магнетного моменту знаходимо, як напрям нормалі до площини струму). Отже, магнетне поле в діаманетику послаблюється.

Насправді електрон не сходить зі своєї орбіти, це забороняється квантовою фізикою, тому єдиним результивним дії магнетного поля є сповільнення чи прискорення його орбітального руху саме для того,

щоб відцентрова сила інерції своїм зменшенням чи збільшенням забезпечила рівність нулеві рівнодійної сили.

Ті електрони які рухаються під кутом до силових ліній очевидно мають рухатися гвинтовими лініями (задача 178). Проте, вони водночас рухаються навколо ядра атома. Оскільки електрон в атомі не може плавно змінити своєї орбіти (це заборонено квантовою механікою), то результатом цих двох рухів є поворот цілої площини орбіти електрона – так звана прецесія орбіти. При цьому вектор орбітального магнетного моменту описує конус навколо вектора індукції зовнішнього магнетного поля.

(212) Знайдемо вираз для зміни орбітальної частоти електрона в зовнішньому магнетному полі (частоти Лармора).

Для цього напишемо основне рівняння динаміки в неінерційних системах відліку (НСВ) за відсутності та присутності магнетного поля.

За відсутності магнетного поля сила електричного притягання електрона до ядра зрівноважується відцентровою силою інерції

$$\underline{F_e = F_{\text{с.ц.}}}$$

або

$$\underline{eE = m\omega_0^2 r,} \quad (1)$$

де ω_0 – циклічна орбітальна частота електрона за відсутності магнетного поля.

Як ми вже з'ясували (попередня задача), у зовнішньому магнетному полі орбітальна частота електрона змінюється. Позначимо її ω і напишемо основне рівняння динаміки в НСВ для цього випадку

$$\underline{F_e = F_{\text{с.ц.}} + F_M,}$$

або

$$\underline{eE = m\omega^2 r + e\nu B.}$$

Представивши лінійну швидкість через кутову, маємо

$$\underline{eE = m\omega^2 r + e\omega r B.} \quad (2)$$

Віднявши рівняння (1) і (2), дістанемо

$$\underline{e\omega B = m(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

Оскільки ω мало відрізняється від ω_0 , то

$$\underline{\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 - \omega)(\omega_0 + \omega) \approx 2\Delta\omega\omega,}$$

тоді

$$\underline{e\omega B = 2m\Delta\omega\omega,}$$

звідки

$$\underline{\Delta\omega = \frac{eB}{2m}.}$$

Це і є зміна орбітальної частоти електрона в зовнішньому магнетному полі, або інакше: величина, на яку зменшується чи збільшується орбітальна частота електрона під впливом зовнішнього магнетного поля.

Цікаво приблизно обчислити цю зміну частоти в магнетному полі і порівняти її з частотою за відсутності поля. Для $B = 1$ Тл дістаємо

$\Delta\omega = 10^{11}$ Гц, тоді як $\omega_0 \approx 10^{15}$ Гц, тобто $\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \approx 10^{-4}$, що означає, що

орбітальна частота електрона в магнетному полі змінюється на 0,01%.

Очевидно, що так само мало змінюється і орбітальний магнетний момент електрона.

(213) Знайдемо зміну орбітального магнетного моменту електрона в магнетному полі.

Зміна орбітальної частоти електрона спричиняє зміну його орбітального магнетного моменту. До внесення в магнетне поле, цей магнетний момент

$$P_{m0} = \frac{1}{2} e v_0 r = \frac{1}{2} e \omega r^2.$$

Після зміни частоти на $\Delta\omega$ він зміниться на величину

$$\Delta P_{m0} = \frac{1}{2} e \Delta\omega r^2.$$

Підставивши сюди вираз для частоти Лармора $\Delta\omega = \frac{eB}{2m}$ дістанемо зміну орбітального моменту електрона в магнетному полі.

$$\Delta P_{m0} = \left(\frac{er}{2} \right)^2 \frac{B}{m}.$$

Відносна його зміна

$$\frac{\Delta P_{m0}}{P_{m0}} = \frac{eB}{2m\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}.$$

Бачимо, що зміна орбітального магнетного моменту така ж, як і зміна частоти обертання електрона, а оскільки вона дуже мала (попередня задача), то діамagnetний ефект є дуже слабкий.

(214) Покажемо, що в пара- та феромагнетику магнетне поле підсилюється.

Дійсно, атоми пара - чи феромагнетика володіють магнетним моментом, тому їхні магнетні моменти орієнтуються за силовими лініями поля, тим самим підсиливши його (задача 151 про вільний контур зі струмом в магнетному полі).

Очевидно, що в пара - чи феромагнетику, як і в діамagnetику, також відбувається зміна орбітальної частоти електрона, проте вона, як ми показали (попередня задача), є дуже малою і тому практично не впливає на загальний ефект.

(215) Покажемо, що у феромагнетику на відміну від діа- чи парамagnetика, після виключення зовнішнього магнетного поля упорядкованість магнетних моментів не зникає цілком, тобто їм властиве явище гістерезису.

Згадаємо механізм утворення домену: в деякій точці феромагнетика виникає досить сильна флуктуація магнетного поля унаслідок випадково однакової орієнтації двох чи більше магнетних моментів. У цьому полі магнетні моменти інших атомів також повертаються у напрямі поля і це поле стає ще сильнішим. Тоді воно легко зорієнтує інші магнетні моменти і т.д. Цей процес поширюється у речовині, доки не натрапить на межу іншого домена. У межах одного домена напрям магнетних моментів не змінюється з часом, тобто він є стійким.

Коли включається магнетне поле, магнетні моменти всіх доменів повертаються в напрямі поля, тобто весь магнетик стає одним великим доменом. Але як ми з'ясували, напрям магнетного моменту в

домені є стійким і без поля, тому він залишається таким і після виключення зовнішнього магнетного поля. Проте ця упорядкованість буде частковою внаслідок руйнівної дії хаотичних теплових рухів атомів.

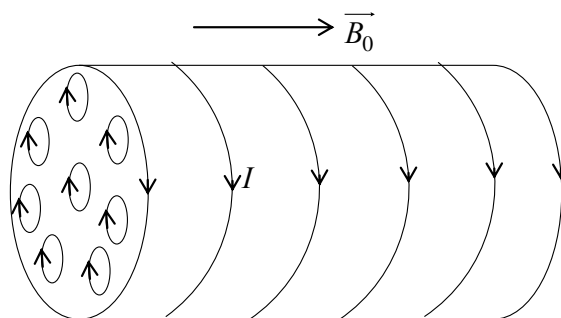
(216) Покажемо, що пара- та феромагнетику властиве насичення магнетного моменту в зовнішньому магнетному полі, тобто явище незростання магнетного моменту, починаючи з певних значень напруженості зовнішнього магнетного поля.

Магнетний момент магнетика дорівнює сумі магнетних моментів усіх атомів або всіх доменів у випадку феромагнетика, тому коли зовнішнє магнетне поле є достатньо сильним, щоб зорієнтувати магнетні моменти цих усіх атомів чи доменів в одному напрямі, то наступне збільшення індукції зовнішнього магнетного поля вже не приводить до збільшення магнетного моменту.

(217) Покажемо, що в магнетиках зовнішнє магнетне поле підсилюється в μ разів.

Розглянемо магнетик у вигляді циліндра, що розміщений в зовнішньому магнетному полі B_0 , паралельному до його осі (мал. 137).

Під впливом зовнішнього магнетного поля його магнетні моменти будуть упорядковані, тому і площини відповідних мікрострумів будуть упорядковані.



Мал. 137

Згідно з принципом суперпозиції полів, індукція магнетного поля всередині магнетика \vec{B} дорівнює сумі індукції зовнішнього \vec{B}_0 та внутрішнього \vec{B}' магнетних полів.

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (1)$$

З малюнка видно, що магнетні поля мікрострумів всередині магнетика компенсують один одного, а по краях – ні, тому весь магнетик ми можемо розглядати, як соленоїд з одним шаром витків зі струмом I , і густотою витків n . Тому

$$\begin{aligned} B' &= \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{l} \frac{P_m}{SN} = \mu_0 \frac{P_m}{V} = \mu_0 J = \\ &= \mu_0 \chi H_0 = \mu_0 \chi \frac{B}{\mu_0} = \chi B_0, \end{aligned}$$

де ми послідовно застосували формулу магнетного поля соленоїда, означення густоти витків, означення магнетного моменту, означення намагнетченості, означення магнетної сприйнятливості та формулу зв'язку між напруженістю та індукцією магнетного поля.

Для вектора \vec{B}'

$$\vec{B}' = \chi \vec{B}_0.$$

Підставивши останню формулу в (1), дістанемо

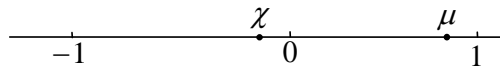
$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \chi \vec{B}_0 = (1 + \chi) \vec{B}_0 = \mu \vec{B}_0,$$

звідки бачимо, що в діамагнетиках, оскільки $0 \leq \mu \leq 1$, магнетне поле послаблюється, а в пара- та феромагнетиках, оскільки $\mu > 1$, – підси-

люється, причому у феромагнетиках, для яких $\mu \gg 1$, в кілька порядків, разів.

(218) Оцінімо межі, у яких лежать магнетні сприйнятливості різних магнетиків.

Нам відомо, що діамагнетики намагнечуються проти зовнішнього магнетного поля (задача 211), тобто вектор \vec{J} є протилежним до вектора \vec{H}_0 , а оскільки $\vec{J} = \chi \vec{H}_0$, то $\chi < 0$. Крім того, відомо, що цей ефект дуже слабкий (задача 213) тобто вектор \vec{J} за своєю величиною значно менший за \vec{H}_0 , тобто $|\chi| \ll 1$. Число χ знаходиться на числовій прямій зліва від нуля проте близько до нього, а число $\mu = 1 + \chi$ справа від нуля і близько до 1 (мал. 138).



Мал. 138

Парамагнетики намагнечуються у напрямі зовнішнього магнетного поля (задача 210), тому для них $\chi > 0$ і, відповідно, $\mu > 1$.

Те ж саме стосується і феромагнетиків лише з тією різницею, що оскільки атоми феромагнетиків мають значний магнетний момент, то $\mu \gg 1$.

(219) Пояснимо експериментальну криву магнетного гістерезису.

На мал. 139 показана експериментальна крива магнетного гістерезису, тобто експериментальна залежність намагнеченості J від напруженості зовнішнього магнетного поля H_0 (чи індукції магнетного поля в магнетик B від індукції зовнішнього магнетного поля B_0).

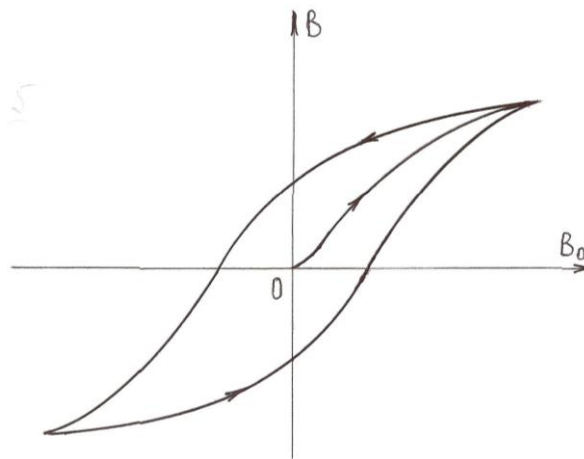
З цього графіка видно, що зі збільшенням індукції зовнішнього магнетного поля намагнеченість зростає, причому нелінійно, що

говорить про те, що магнетна проникність не є сталою величиною (згадаємо, що $B = \mu B_0$).

Отже, для феромагнетика

$$B = \mu(B_0)B_0,$$

тобто магнетна проникність μ не є константою, а функцією від зовнішнього поля, причому за кожного значення індукції цього поля магнетна проникність дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної в цій точці до осі B_0 і, як бачимо з графіка, вона спочатку зростає



Мал. 139

до точки перегину кривої намагнення, а потім спадає до свого мінімального для феромагнетика значення $\mu = 1$, за якого індукція поля всередині феромагнетика практично досягає насичення (задача 216). Дійсно, оскільки

$$\mu = 1 + \chi = 1 + \frac{J}{H_0},$$

то за умови насичення ($J = \text{const}$), якщо $H_0 \rightarrow \infty$ то $\mu \rightarrow 1$. На перший погляд видається, що тоді $B = B_0$, тобто B зростає пропорційно до B_0 , то жодного насичення не може бути, проте порівняно з попереднім зростанням з коефіцієнтом пропорційності $\sim 10, 10^2, 10^3$ чи 10^4 цим зростанням можна знехтувати і вважати, що практично $B = \text{const}$.

Якщо після досягнення насичення почати зменшувати індукцію зовнішнього поля, то ми бачимо, що крива не буде повертатися назад тим самим шляхом, а розміститься вище від кривої першого намагнення. Це відбувається тому, що упорядкованість магнетних моментів доменів не зникає цілком, бо магнетним моментом доменів властива стійкість (задача 215). Коли зовнішнє магнетне поле зменшити до нуля, то поле в феромагнетику не дорівнюватиме нулю (залишкова намагнеченість). Для того, щоб поле у феромагнетику зменшилось до нуля, до нього слід прикласти зовнішнє поле протилежного напрямку певної величини (коерцитивна сила). Якщо і надалі збільшувати зовнішнє поле в цьому напрямі, то поле у феромагнетику знову досягне насичення і за наступного зменшення зовнішнього поля все буде повторюватись – крива замкнеться (петля гістерезису). Якщо припинити змінювати зовнішнє поле в точці $B_0 = 0$, то феромагнетик залишиться постійним магнетом. Для того, щоб повернутися в точку 0, слід до феромагнетика прикласти зовнішнє поле протилежного напрямку до поля в ньому, яке створить поле всередині феромагнетика такої ж величини і тоді виключити зовнішнє поле.

Як бачимо, намагнеченість феромагнетика залежить від того, в якому зовнішньому полі він перебував до того, тобто залежить від його історії намагнення.

(220) Покажемо, що існує певна температура, за якої феромагнетик переходить у парамагнетик.

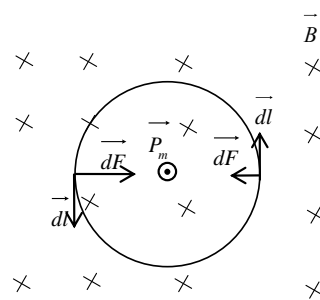
Очевидно, що з підвищенням температури все більше проявлятиме себе руйнівна дія хаотичного теплового руху атомів і за певної температури упорядкованість магнетних моментів у доменах буде цілком зруйнована, тобто домени практично зникнуть і феромагнетик перетвориться на парамагнетик. Ця температура називається точкою Кюрі. Наприклад, для нікелю точка Кюрі становить 358°C , для заліза – 780°C , для кобальту – 1150°C .

Ідея експериментального вимірювання точки Кюрі полягає в тому, що коли нагрівати феромагнетний стержень, який є осердям трансформатора, то за температури Кюрі магнетний потік в трансформаторі різко знизиться і сила струму у вторинній обмотці різко впаде.

(221) Покажемо, що в неоднорідному магнетному полі парамагнетик рухається в бік сильнішого поля, тоді як діамагнетик – в бік слабшого поля (виштовхується з магнетного поля).

Раніше ми вже показали (задача 155), що магнетний диполь (коловий струм), як і електричний, в неоднорідному магнетному полі рухається в бік сильнішого поля. Оскільки парамагнетик і є системою замкнених мікрострумів, то на них діє сила в бік сильнішого поля, що і виявляє себе, як дія на весь парамагнетик.

Щодо діамагнетика, то він, як відомо, намагнетчується проти зовнішнього магнетного поля, а це можна трактувати, як появу замкнених струмів (мал. 140) площини яких є нормальними до зовнішнього магнетного поля, причому напрями цих струмів такі, що їхні магнетні моменти спрямовані проти цього поля. З малюнка видно, що сила



Мал. 140

Ампера \overline{dF} , яка діє на елемент струму в області сильнішого поля напрямлена в область слабшого поля і вона є більшою за ту ж силу, яка діє на елемент струму в області слабшого поля, тому рівнодійна цих сил спрямована в область слабшого поля, тобто діамагнетик виштовхується з магнетного поля.

Описані явища підтверджуються експериментально.

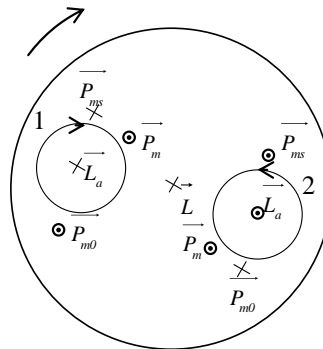
Подібними міркуваннями можна також довести, що в однорідному магнетному полі парамагнетний стержень витягнеться вздовж поля, а діамагнетний – нормально до нього.

(222) Покажемо, що обертання магнетика приводить до його намагнетчення (механомагнетний ефект, Барнет, 1909 р.) і,

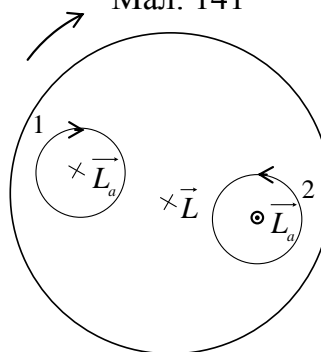
навпаки, намагнення магнетика викликає його обертання (магнетомеханічний ефект, Айнштейн і де-Гааз, 1915 р.).

Нехай діамагнетик у вигляді циліндра обертається (мал. 141). Тоді його момент імпульсу \vec{L} спрямований в площину малюнка. Усі атоми цього тіла можна поділити на дві групи: 1) ті, у яких вектор їхнього орбітального моменту імпульсу проектується на напрям \vec{L} за вектором \vec{L} ; 2) ті, у яких – проти вектора \vec{L} . Покажемо, що як в перших, так і в других атомів з'явиться магнетний момент, причому однакового напрямку. Дійсно, момент імпульсу атома \vec{L}_a збільшиться на величину моменту імпульсу тіла, що спричинить збільшення його орбітального магнетного моменту, оскільки вони пов'язані гіромагнетним відношенням (задача 202). Як видно з малюнка цей сумарний момент імпульсу спрямований в площину малюнка, тому орбітальний магнетний момент – з площини малюнка. Але оскільки він збільшився, то він вже не є скомпенсований спіновим магнетним моментом (пам'ятаємо, що йдеться про діамагнетик) і результаивний магнетний момент вже не дорівнює нулеві і має напрям з площини малюнка.

Щодо атома типу 2, то його момент імпульсу, який напрямлений до нас, зменшиться на величину моменту імпульсу тіла, що спричинить зменшення орбітального магнетного моменту, який напрямлений від нас. Але тепер спіновий магнетний момент, який напрямле-



Мал. 141



Мал. 142

ний до нас, вже не скомпенсований орбітальним, тому результативний магнетний момент спрямований, як і в атома типу 1, до нас.

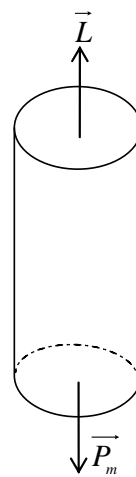
Розглянемо тепер парамагнетний циліндр. Парамагнетизм означає наявність в атомів магнетних моментів. Якщо циліндр у стані спокою (мал. 142), то магнетні моменти атомів типу 1 і 2 є взаємно протилежними (нехай магнетний момент атома визначається орбітальним магнетним моментом). Коли циліндр обертається, то в атома типу 1 внаслідок зростання моменту імпульсу, зростає і орбітальний магнетний момент, який спрямований проти моменту імпульсу (на мал. 142 до нас). Водночас в атома типу 2 момент імпульсу зменшується тому зменшується і магнетний момент, який спрямований від нас. У результаті сумарний магнетний момент атомів 1 і 2 вже не дорівнює нулеві, а має певну величину й напрям до нас, тобто проти вектора моменту імпульсу, викликаного обертанням парамагнетика.

Для феромагнетика міркування аналогічні, з тією різницею, що роль атомів типу 1 і 2 будуть відігравати домени типу 1 і 2.

Очевидно, що вільні електрони також вноситимуть свій вклад у механомагнетний ефект у магнетиках, оскільки вони внаслідок обертання тіла також обертатимуться, що спричинить виникнення магнетного моменту, пов'язаного з цим обертанням, причому напрям цього магнетного моменту буде протилежним до вектора \vec{L} . З мал. 141 та 142 також видно, що пов'язані з обертанням тіла магнетні моменти ядер послаблюють механомагнетний ефект.

Отже, можна зробити висновок, що внаслідок обертання всі магнетики намагнетчуються в напрямі, протилежному до вектора моменту імпульсу, зв'язаного з цим обертанням (мал. 143).

Якщо ж, навпаки, намагнетити магнетик, то кожен атом, отримавши додатковий магнетний момент, отримає і додатковий момент імпульсу, – виникне магнетомеханічний ефект.



Мал. 143

(223) На основі закону відсутності в природі магнетних зарядів доведемо, що на межі двох магнетиків нормальна складова вектора індукції не змінюється.

Подібно до того, як ми це робили для електростатичного поля (задача 55), виділимо на межі середовищ область, обмежену нескінченно малим кубом, площа грані якого dS (мал. 144). Очевидно, що в межах цього нескінченно малого куба магнетне поле можна вважати однорідним, тому ми можемо скористатися формулою потоку однорідного поля крізь плоску поверхню. Врахувавши, що потоки через бічні взаємно протилежні грані однакові за величиною і протилежні за знаком, робимо висновок, що потік через куб – це сума потоків через верхню та нижню грані.

За теоремою Остроградського-Гауса для магнетного поля

$$\underline{-B_{1n}dS + B_{2n}dS = 0,}$$

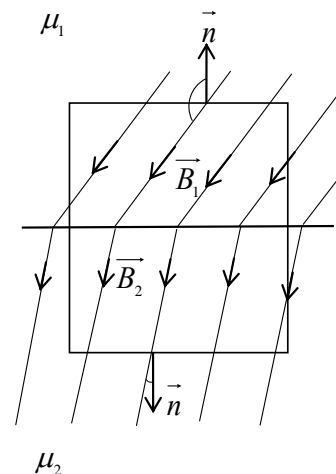
де B_{1n} , B_{2n} – нормальні до межі середовищ складові вектора \vec{B} в першому та другому середовищі (знак мінус біля B_{1n} тому, що кут між вектором \vec{B} і вектором зовнішньої нормалі в першому середовищі тупий і косинус цього кута відповідно від'ємний).

З останньої рівності маємо

$$\underline{B_{1n} = B_{2n},}$$

а для вектора \vec{H}

$$\underline{\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n},}$$



Мал. 144

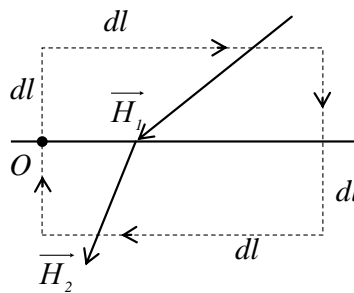
або

$$H_{2n} = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{1n},$$

що означає, що в середовищі з більшою відносною магнетною проникністю нормальна складова вектора \vec{H} менша.

(224) На основі теореми про магнетну циркуляцію доведемо, що на межі двох магнетиків тангенціальна складова вектора напруженості не змінюється.

Подібно до того як ми це робили для електростатичного поля (задача 54) побудуємо на межі магнетиків прямокутний замкнений контур зі сторонами dl і $2dl$ (мал. 145). Оскільки поле в межах цього нескінченно малого контура однорідне, то циркуляція вектора \vec{H} вздовж будь-якої сторони контура є добутком проекції вектора \vec{H} на цю сторону на довжину сторони. Тому, вибравши обхід за контуром за годинниковою стрілкою, знаходимо вираз для циркуляції вектора \vec{H} вздовж нього:



Мал. 145

$$-H_{1n}dl - H_{1t}dl + H_{2n}dl + H_{2t}dl - H_{2n}dl,$$

де індекси n і t означають нормальну й тангенціальну до межі середовищ складову вектора \vec{H} .

Згідно з теоремою про магнетну циркуляцію, знайдена нами циркуляція $-H_{1t}dl + H_{2t}dl$ дорівнює струму, який пронизує поверхню, обмежену цим контуром, тобто

$$\underline{-H_{1t}dl + H_{2t}dl = dl.}$$

У випадку відсутності струмів

$$\underline{-H_{1t}dl + H_{2t}dl = 0.}$$

звідки

$$\underline{H_{1t} = H_{2t}.}$$

тобто тангенціальна складова вектора \vec{H} при переході через межу середовищ залишається незмінною. А щодо вектора \vec{B} , то з останньої рівності

$$\underline{\frac{B_{1t}}{\mu_1} = \frac{B_{2t}}{\mu_2}.}$$

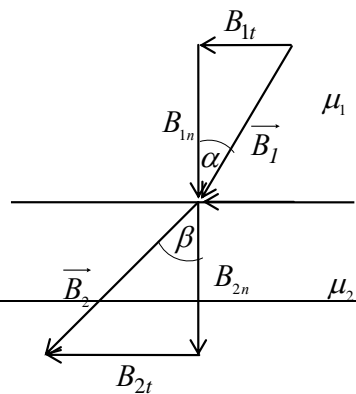
або

$$\underline{B_{2t} = \frac{\mu_2}{\mu_1} B_{1t}.}$$

тобто за умови переходу в середовище з більшою відносною магнетною проникністю тангенціальна складова вектора \vec{B} збільшується.

(225) Виведемо закон заломлення силових ліній на межі двох магнетиків.

Нехай для однозначності $\mu_1 < \mu_2$. Оскільки нормальна складова вектора \vec{B} є



Мал. 146

однаковою в цих двох середовищах (задача 223), а тангенціальна його складова в другому середовищі більша ніж в першому (задача 224), то він має заломитися від нормалі (мал. 146).

Знайдемо відношення тангенсів кутів α і β .

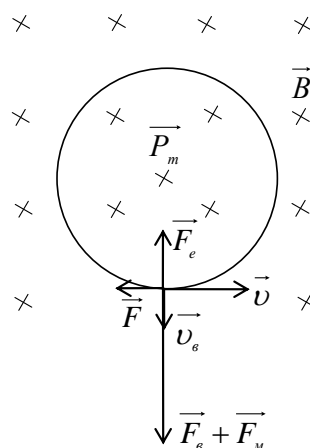
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{B_{1t}}{B_{2n}} \frac{B_{2n}}{B_{2t}} = \frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

тобто відношення тангенса кута падіння до тангенса кута заломлення дорівнює відношенню відповідних магнетних проникностей.

(226) Розкриємо природу виникнення електронного парамагнетного резонансу (ЕПР).

Якщо помістити парамагнетик у магнетне поле, то магнетні моменти атомів будуть зорієнтовані за напрямом поля (задача 151). Якщо магнетний момент атома визначається орбітальним магнетним моментом (сумарний орбітальний магнетний момент більший за сумарний спіновий), то в магнетному полі орбітальна частота, яка пов'язана з магнетним моментом, зменшується. Дійсно, додаткова сила з боку зовнішнього магнетного поля спричиняє сходження електрона зі своєї орбіти (мал. 147), що надалі зумовлює виникнення сили \vec{F} , яка гальмує його орбітальний рух, зменшуючи його частоту на величину частоти Лармора.

Якщо тепер через цей парамагнетик пропустити електромагнетну хвилю різних частот у напрямі магнетного поля, то поглинатися буде лише хвиля тієї частоти ω , яка дорівнює частоті Лармора $\Delta\omega$, тобто умовою резонансу є рівність $\omega = \Delta\omega$, або



Мал. 147

$$\omega = g \frac{eB}{2m}.$$

Якщо ж магнетний момент атома визначається спіновим магнетним моментом (що і є насправді), то в цьому випадку важко дати класичне пояснення, бо тоді слід прийняти, що спіновий магнетний момент електрона пов'язаний з його обертанням і частота Лармора – це зміна частоти обертання самого електрона навколо своєї осі, що не має підтвердження.

Більш адекватно відображає дійсність квантовий підхід, який полягає в наступному: кожен енергетичний рівень атома в магнетному полі розщеплюється на два рівні, відстань між якими визначається частотою Лармора

$$\Delta E = \eta \Delta \omega = \eta g \frac{eB}{2m} = \mu_B g B.$$

Тоді атом має можливість поглинати енергію електромагнетної хвилі (інакше: енергію фотона), що дорівнює цій різниці енергії. Ця енергія фотона

$$E_{\text{фот.}} = \eta \varpi_{\text{фот.}}$$

тому його частота

$$\varpi_{\text{фот.}} = \frac{E_{\text{фот.}}}{\eta} = g \frac{eB}{2m}.$$

Якщо електромагнетна хвиля монохроматична, то її поглинання буде відбуватися у магнетному полі індукцією

$$B = \frac{2m \varpi_{\text{фот.}}}{eg}.$$

Цю індукцію поля можна встановити експериментально, вимірюючи коефіцієнт поглинання парамагнетика за різних значень індукції магнетного поля, – за цієї індукції поля він буде максимальним. Маючи це експериментальне значення резонансного поля, можна обчислити фактор Ланде атома g .

(227) Розкриємо природу ядерного магнетного резонансу (ЯМР).

Згадаємо, що ядро також може мати магнетний момент. Це ядра з непарною кількістю нуклонів. Магнетні моменти таких ядер у зовнішньому магнетному полі будуть зорієнтовані за полем, що спричинить зменшення частоти еквівалентного обертання на величину частоти Лармора. Отже, зразок може поглинати електромагнетну хвилю з частотою, рівною частоті Лармора, тобто умова ЯМР така ж, як і для ЕПР:

$$\eta\omega_{\text{фот.}} = \mu_B gB.$$

Очевидно, що зафіксувати ЯМР можна як і ЕПР за зміною коефіцієнта поглинання електромагнетної хвилі, проте це можна зробити і інакше: якщо припинити дію електромагнетної хвилі, то ядра почнуть випромінювати поглинуту енергію у вигляді електромагнетної хвилі, яка в соленоїді, що охоплює зразок, буде індукувати ЕРС, яку можна зафіксувати.

ЯМР широко застосовують у діагностиці ракових пухлин. Тут використовують той факт, що тканини пухлин намагнечуються сильніше, ніж здорові тканини.

(228) Розкриємо природу виникнення циклотронного та магнетофононного резонансу (ЦР та МФР).

Нам відомо, що вільний електрон, потрапивши в магнетне поле, починає рухатися колом навколо вектора \vec{B} (якщо це поле нормальне

до його швидкості), або гвинтовою лінією навколо вектора \vec{B} (якщо поле спрямоване під кутом до його швидкості) з частотою, яка називається циклотронною (задачі 177 і 178)

$$\omega_c = \frac{eB}{m}.$$

Якщо тепер спрямувати на зразок вздовж вектора \vec{B} електромагнетну хвилю з частотою, яка дорівнює циклотронній, то ця хвиля буде поглинатися, що можна зафіксувати в зміні коефіцієнта поглинання. Але оскільки це поглинання здійснюється вільними електронами, то його можна зафіксувати інакше, а саме – в зміні магнетоопору зразка.

Отже, умовою резонансу є рівність частоти фотона циклотронній частоті

$$\omega_{\text{фот}} = \frac{eB}{m}.$$

З цієї рівності бачимо, що для монохроматичної хвилі резонансне поглинання буде відбуватись за певного значення індукції магнетного поля

$$B = \frac{m\omega_{\text{фот}}}{e}.$$

Бачимо також, що, вимірюючи експериментально це резонансне значення магнетного поля та частоту фотона, можемо знайти величину m , яка в твердому тілі не є масою вільного електрона, а так званою ефективною масою.

Розглянемо природу магнетофононного резонансу (МФР). За умови, що циклотронна частота дорівнює частоті фонона, електрон поглинатиме фонона, тобто умова МФР така ж, як і ЦР з тією різницею, що замість частоти фотона є частота фонона

$$\omega_{\text{фон}} = \frac{eB}{m}.$$

Зауважимо, що МФР є внутрішнім резонансом, бо фонони є в самому зразку, їх не потрібно, як фотони постачати ззовні. Тому МФР, на відміну від ЦР, можна спостерігати лише за змінами магнетопору. З останньої формули бачимо, що за даними МФР і ЦР можна обчислити ефективну масу електрона, яка, зауважимо, є інша в кожному твердому тілі.

Розділ IV. Електричні коливання і електромагнетні хвилі

Тема 1. Змінний струм

Фізичні явища

• Синусоїдний змінний струм – змінний струм, сила якого змінюється з часом за синусоїдним законом.

Формат: Список

• Ефективне (діюче) значення змінного струму – це таке значення сили постійного струму, за якого його середня теплова потужність така ж, як і за цього змінного струму (інакше кажучи: це таке значення сили постійного струму, який дає такий самий тепловий ефект, як і цей змінний струм).

• Квазістаціонарне коло змінного струму – це таке коло змінного струму, розміри якого значно менші за довжину електромагнетної хвилі, яка поширюється вздовж кола.

• Активний опір – це векторна складова повного опору кола змінного струму, яка спричинена наявністю опору провідників.

• Ємнісний опір – це векторна складова повного опору кола змінного струму, яка спричинена наявністю в цьому колі ємності (позначення X_C).

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

• Індуктивний опір – це векторна складова повного опору кола змінного струму, спричинена наявністю в цьому колі індуктивності (позначення X_L).

Формат: Список

$$X_L = \omega L.$$

Формат: Список

• Коефіцієнт трансформації – це відношення напруг у вторинній та первинній обмотках трансформатора (позначення k).

$$k = \frac{U_2}{U_1}.$$

Формат: Список

• Повний опір – це величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}.$$

Формат: Список

• Резонанс напруг – це явище різкого зростання струму в нерозгалуженому колі змінного струму за умови рівності ємнісного та індуктивного опорів.

• Резонанс струмів – це явище різкого зменшення сили струму в нерозгалуженій ділянці розгалуженого кола за умови рівності ємнісного та індуктивного опорів.

Фізичні поняття

Формат: Список

• Фазна напруга – це напруга між нульовим і фазним проводом трифазного генератора.

• Лінійна напруга – це напруга між будь-якими двома фазними проводами трифазного генератора.

Фізичні системи й прилади

Формат: Список

• Трансформатор – це прилад для підвищення чи зниження напруги змінного струму.

• Генератор змінного струму – прилад, який генерує змінну електрорушійну силу.

• Асинхронний двигун – це електричний двигун трифазного змінного струму, в якому обертове магнетне поле статора індукуює в роторі струм, який, своєю чергою зазнаючи дії цього магнетного поля, спричиняє обертання ротора.

Задачі

(229) На основі закону електромагнетної індукції встановимо часову залежність ЕРС індукції, яка виникає в контурі площею S , що обертається з кутовою швидкістю ω в однорідному магнетному полі з індукцією \vec{B} .

Унаслідок обертання контура в магнетному полі в ньому виникає ЕРС індукції, спричинена зміною магнетного потоку крізь цей контур (мал. 148). Оскільки поле однорідне, а контур плоский, то магнетний потік $\Phi_B = BS \cos \alpha$ і тоді, згідно з законом електромагнетної індукції

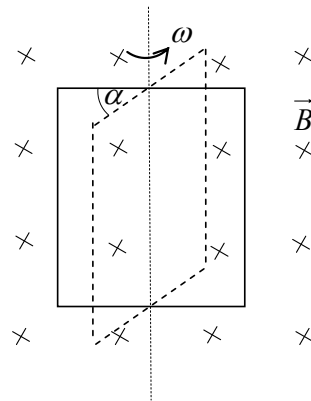
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} (BS \cos \alpha).$$

Враховуючи, що B і S – це сталі величини, а кут α , будучи кутом між вектором \vec{B} і нормаллю до площини контура, водночас є кутом між початковим та наступним станом площини, причому, згідно з означенням кутової швидкості $\alpha = \omega t$, дістанемо

$$\mathcal{E} = -BS \frac{d(\cos \alpha)}{dt} = -BS \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = -BS \omega \sin \omega t.$$

Величина $-BS\omega$ має розмірність ЕРС і є її максимальним значенням, тому позначимо її \mathcal{E}_m . Дістанемо закон зміни ЕРС у контурі

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t,$$



Мал. 148

тобто рівномірне обертання контура в постійному магнетному полі спричиняє виникнення в ньому синусоїдної ЕРС. Це явище і закладено в основу роботи генераторів синусоїдної ЕРС.

(230) Доведемо, що середнє значення синусоїдної змінної ЕРС за період дорівнює нулеві.

За формулою середнього значення функції

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}} &= \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{E} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{E}_m \sin \omega t dt = -\frac{\mathcal{E}_m}{T\omega} \cos \omega t \Big|_0^T = \\ &= -\frac{\mathcal{E}_m}{T\omega} (\cos \omega T - 1) = -\frac{\mathcal{E}_m}{2\pi} (\cos 2\pi - 1) = 0.\end{aligned}$$

Очевидно, що середнє значення змінної ЕРС і за будь-який проміжок часу, що дорівнює великій кількості періодів, дорівнює нулю. Проте це не означає, що змінний струм не здатний виконувати роботу.

(231) Покажемо, що середнє значення теплової потужності змінного струму за період не дорівнює нулеві.

Середнє значення теплової потужності змінного струму за період (чи багато періодів)

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt,$$

де P – миттєве значення потужності, яке як і для постійного струму

$P = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$ (очевидно, що миттєве значення змінного струму мож-

на вважати постійним). Після підстановки цього виразу в останню рівність дістанемо

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\mathcal{E}^2}{R} dt = \frac{1}{RT} \int_0^T \mathcal{E}_m \sin^2 \omega t dt = \frac{\mathcal{E}_m^2}{2RT} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt = \\ &= \frac{\mathcal{E}_m^2}{2RT} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^T = \frac{\mathcal{E}_m^2}{2RT} \left(T - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega T \right) = \frac{\mathcal{E}_m^2}{2R} = \frac{I_m^2 R}{2},\end{aligned}$$

звідки бачимо, що середнє значення теплової потужності змінного струму не дорівнює нулеві (на відміну від середнього значення змінного струму).

(232) Знайдено зв'язок між ефективним та максимальним значенням змінної ЕРС.

Згідно з означенням ефективного значення змінного струму, нам слід прирівняти середнє значення теплової потужності змінного струму за період до теплової потужності постійного струму, величина якого дорівнює ефективному значенню цього змінного струму.

У результаті розв'язання попередньої задачі ми знайшли, що середнє значення теплової потужності змінного струму

$$\bar{P} = \frac{I_m^2 R}{2}.$$

Потужність постійного струму з ефективним значенням цього змінного струму

$$P = I_{ef}^2 R.$$

Прирівнявши \bar{P} до P , дістанемо

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

тобто ефективне значення змінного струму є меншим за його максимальне (амплітудне значення) в $\sqrt{2}$ рази, що означає: для того, щоб від змінного струму отримати такий самий тепловий ефект, як і від заданого постійного струму, його амплітудне значення має бути в $\sqrt{2}$ рази більшим за цей постійний струм.

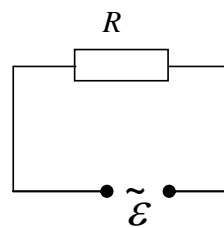
(233) Обґрунтуємо застосовність закону Ома та правил Кірхгофа до миттєвих, амплітудних та ефективних значень сили струму й напруги.

Дійсно, оскільки миттєві значення сили струму та напруги можна вважати постійними, до них можна застосувати закон Ома та правила Кірхгофа. Амплітудне значення сили струму чи напруги – це одне з миттєвих значень, а ефективне значення – це зменшене в $\sqrt{2}$ рази амплітудне, тому до них також застосовні згадані закони.

(234) Доведемо, що в активному резисторі сила змінного струму збігається за фазою з напругою.

Розглянемо коло, у якому є синусоїдна ЕРС та активний опір R (мал. 149). Згідно з законом Ома, сила струму в колі

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}_m}{R} \sin \omega t.$$



Мал. 149

Величина $\frac{\mathcal{E}_m}{R}$ має одиницю виміру сили струму і є її максимальним значенням, тому позначимо її I_m . Дістанемо закон зміни сили струму

$$\underline{I = I_m \sin \omega t},$$

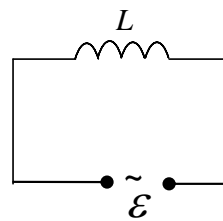
звідки бачимо, що під знаком синуса у виразі для струму як і у виразі для ЕРС одна і та ж величина ωt , тобто фази сили струму і напруги збігаються.

(235) Доведемо, що в індуктивному резисторі сила струму відстає

від напруги за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Розглянемо коло, у якому є лише синусоїдна ЕРС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ та соленоїд з індуктивністю L (мал. 150).

Застосуємо до цього кола друге правило Кірхгофа. Оскільки в колі є дві електрорушійні сили – ЕРС джерела та ЕРС самоіндукції, яка виникає внаслідок протікання змінного струму через соленоїд (задача 194) і немає напруг (бо немає активного опору), то згідно з другим правилом Кірхгофа



Мал. 150

$$\underline{0 = \mathcal{E}_m \sin \omega t - L \frac{dI}{dt}},$$

звідки

$$\underline{dI = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \sin \omega t dt}.$$

Після інтегрування

$$\underline{I = -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \cos \omega t + C}.$$

Для того, щоб порівняти фази сили струму та ЕРС, слід останній вираз для сили струму представити через функцію \sin , як і вираз для ЕРС.

$$\begin{aligned} I &= -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \cos \omega t + C = -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) + C = \\ &= -\frac{\mathcal{E}_m}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + C = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + C. \end{aligned}$$

де $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L}$.

З отриманої рівності для сили струму $I = I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + C$ та рівності для ЕРС $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ бачимо, що сила струму відстає за фазою від ЕРС на $\frac{\pi}{2}$. Стала інтегрування C очевидно не впливає на фазу.

Крім того, в ході цього виводу ми отримали, що максимальне значення сили струму

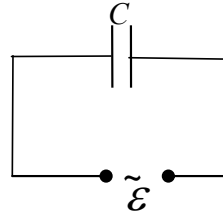
$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\omega L},$$

звідки бачимо, що величина ωL має зміст опору. Цю величину називають *індуктивним опором* $X_L = \omega L$. Бачимо, що він є більшим, що більші частота змінного струму та індуктивність соленоїда (насправді індуктивність всього кола). Причиною виникнення цього опору є явище самоіндукції.

(236) Доведемо, що в ємнісному **резисторіюнері** сила струму

випереджає напругу за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Розглянемо коло, у якому є, крім змінної ЕРС, тільки конденсатор з ємністю C (мал. 151). У цьому колі є одна ЕРС – це ЕРС джерела $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$ та одна напруга – це напруга на конденсаторі U_C , тому, згідно з другим правилом Кірхгофа



Мал. 151

$$U_C = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$

Напругу U_C представимо через заряд на конденсаторі та його ємність C .

$$\frac{q}{C} = \mathcal{E}_m \sin \omega t$$

звідки

$$q = \mathcal{E}_m C \sin \omega t.$$

Для того, щоб отримати вираз для сили струму, продиференціюємо останню рівність за часом.

$$\frac{dq}{dt} = \mathcal{E}_m \omega C \cos \omega t.$$

або

$$I = \mathcal{E}_m \omega C \cos \omega t.$$

Представимо останню рівність через функцію \sin

$$I = \varepsilon_m \omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

звідки, а також з закону зміни ЕРС $\mathcal{E} = \varepsilon_m \sin \omega t$ бачимо, що сила струму випереджає ЕРС за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Представимо закон зміни сили струму так $I = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, де

$I_m = \varepsilon_m \omega C$, звідки бачимо, що величина $\frac{1}{\omega C}$ має зміст опору, її називають *ємнісним опором* і позначають X_C .

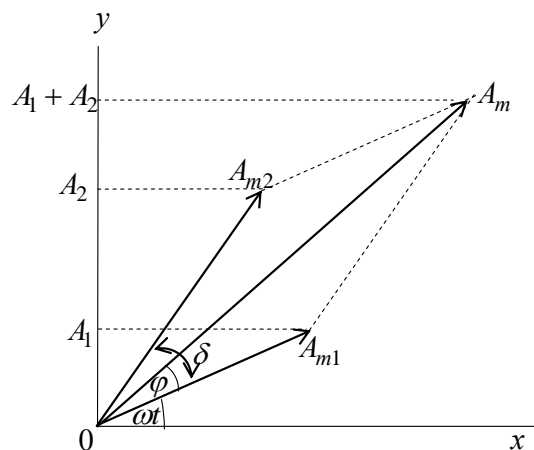
(237) Розкриємо геометричний спосіб додавання гармонічних коливань (векторна модель додавання гармонічних коливань).

Нехай нам слід додати декілька величин, які змінюються за гармонічним законом (наприклад, напруг, сил струмів чи величин будь-якої іншої природи). Для простоти візьмемо два гармонічні коливання

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{m1} \sin \omega t \\ A_2 &= A_{m2} \sin(\omega t + \delta), \end{aligned}$$

де δ – різниця фаз між цими коливаннями.

Під кутом ωt до осі x відкладемо вектор довжиною A_{m1} , а під кутом $\omega t + \delta$ – вектор довжиною A_{m2} (мал. 152).



Мал. 152

З малюнка бачимо, що проекція вектора $\overrightarrow{A_{m1}}$ на вісь y – це є величина A_1 , проекція вектора $\overrightarrow{A_{m2}}$ – величина A_2 , а проекція суми цих векторів – сума величин A_1 і A_2 , тобто

$$A_{m1} \sin \omega t + A_{m2} \sin(\omega t + \delta) = A_m \sin(\omega t + \varphi).$$

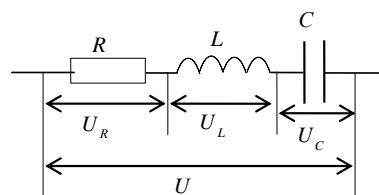
Отже, сумою двох чи більше гармонічних величин є гармонічна величина, амплітуду і фазу якої можна знайти геометрично.

Додавання гармонічних коливань зводиться до додавання векторів, довжини яких дорівнюють амплітудам цих гармонічних коливань, а кут між цими векторами дорівнює різниці фаз між цими коливаннями. Слід зауважити, що згадані вектори не представляють відповідні фізичні величини, а представляють коливання фізичних величин, причому як векторних, так і скалярних.

(238) Користуючись векторною моделлю додавання гармонічних коливань виведемо закон Ома для ділянки кола змінного струму.

Нехай на ділянці кола є послідовно з'єднані всі три типи опорів – активний, індуктивний та ємнісний (мал. 153).

Силу струму, яка є однаковою всюди на цій ділянці кола, зобразимо вектором вздовж осі x (мал. 154). Оскільки напруга на активному опорі збігається за фазою з силою струму (задача 234), то вектор $\overrightarrow{U_R}$ відкладаємо співнапрямленим з вектором \vec{I} . Напруга на індуктивному опорі випе-



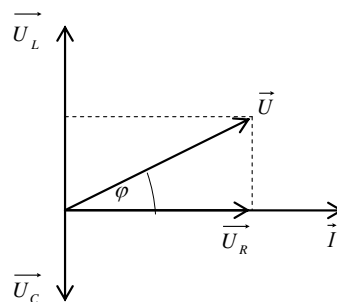
Мал. 153

реджає силу струму на $\frac{\pi}{2}$ (задача 235), тому вектор $\overrightarrow{U_L}$ відкладаємо

під кутом $\frac{\pi}{2}$ до вектора \vec{I} в бік випередження, тобто проти годинникової стрілки. Напруга на ємнісному опорі відстає від сили струму на $\frac{\pi}{2}$ (задача 236) і тому вектор \vec{U}_C відкладаємо під кутом $\frac{\pi}{2}$ до вектора \vec{I} за годинниковою стрілкою.

Напруга на ділянці кола U зобразиться вектором, який є сумою векторів \vec{U}_R , \vec{U}_L та \vec{U}_C . З малюнка бачимо, що

$$U^2 = (U_L - U_C)^2 + U_R^2.$$



Мал. 154

Згідно з законом Ома, для ділянки кола $U_L = IX_L$, $U_C = IX_C$, $U_R = IR$, тому

$$U^2 = (IX_L - IX_C)^2 + I^2 R^2,$$

звідки

$$I = \frac{U}{\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}},$$

або підставивши $X_L = \omega L$ та $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$I = \frac{U}{\sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + R^2}}.$$

Ця рівність і є законом Ома для ділянки кола змінного струму. Якщо величину $\sqrt{(X_L - X_C)^2 + R^2}$ позначити буквою Z і назвати повним опором, то закон Ома для ділянки кола змінного струму набуде вигляду

$$I = \frac{U}{Z}.$$

Зауважимо, що при побудові векторної діаграми ми зображали не амплітудні значення відповідних величин, як це мало би бути згідно з векторною моделлю гармонічних коливань (задача 237), а ефективні їхні значення. Проте це нічого не змінює, бо ефективні значення відрізняються від амплітудних лише множником $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

(239) Установимо умову, за якої сила струму в нерозгалуженому колі змінного струму буде максимальною (умову резонансу напруг).

Із закону Ома для ділянки кола змінного струму маємо, що за умови

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

тобто за умови рівності ємнісного та індуктивного опорів, сила струму на цій ділянці кола буде максимальною

$$I = \frac{U}{R}.$$

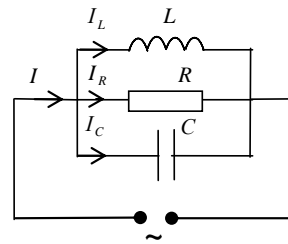
Крім того бачимо, що за умови резонансу напруг повний опір ділянки кола є мінімальним і дорівнює активному опору.

(240) Установимо умову, за якої сила струму в розгалуженому колі змінного струму буде максимальною (умову резонансу струмів).

Розглянемо коло з паралельно з'єднаними R, L і C (мал. 155).

Скористаємось векторною моделлю додавання гармонічних коливань.

Оскільки напруга на всіх трьох опорах однакова, то вздовж осі x відкладаємо вектор напруги (мал. 156). Вектор, який представляє силу струму в активному опорі I_R , відкладаємо паралельно до вектора напруги внаслідок збігу їхніх фаз (задача 234). Оскільки сила струму в ємнісному опорі випереджає напру-



Мал. 155

гу на $\frac{\pi}{2}$, то вектор I_C відкладаємо під прямим кутом до вектора U в бік випередження (задача 236). Вектор I_C відкладаємо під прямим кутом в бік відставання (задача 235). Вектор сили струму в нерозгалуженій ділянці кола є сумою векторів I_R , I_L та I_C . З трикутника на мал. 156 маємо

$$I = \sqrt{(I_C - I_L)^2 + I_R^2} = \sqrt{\left(\frac{U}{X_L} - \frac{U}{X_C}\right)^2 + \frac{U^2}{R^2}} =$$

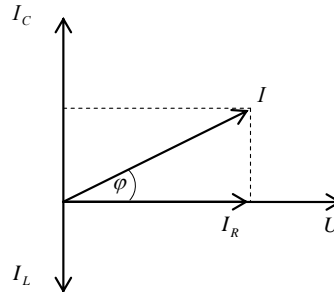
$$= U \sqrt{\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2 + \frac{1}{R^2}} = U \sqrt{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2 + \frac{1}{R^2}},$$

звідки бачимо, що за умови

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C$$

сила струму в нерозгалуженій ділянці кола буде мінімальною.

$$I = \frac{U}{R}.$$



Мал. 156

Якщо ж вилучити опір R ($R = \infty$), то ця сила струму дорівнюватиме нулеві.

(241) Установимо зв'язок середньої потужності змінного струму з ефективними значеннями сили струму та напруги.

Згідно з виразом середнього значення функції, знайдемо середнє значення потужності змінного струму за період.

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dt,$$

де P – миттєве значення потужності, яке, очевидно, пов'язане з миттєвими значеннями сили струму і напруги такою ж формулою, як і для постійного струму

$$P = IU = I_m \sin \omega t U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

де φ – зсув фаз між струмом і напругою, який в колі з різними типами опорів не дорівнює ні нулеві, ні $\frac{\pi}{2}$, ні $-\frac{\pi}{2}$ (дивись мал. 154 та 156).

Підставивши останній вираз замість підінтегральної функції та інтегруючи, дістанемо

$$\begin{aligned}
\bar{P} &= \frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin \omega t U_m \sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{I_m U_m}{T} \int_0^T \sin \omega t (\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi) dt = \\
&= \frac{I_m U_m}{T} \cos \varphi \int_0^T \sin^2 \omega t dt + \frac{I_m U_m}{T} \sin \varphi \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = \\
&= \frac{I_m U_m}{T} \cos \varphi \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt + \frac{I_m U_m}{T} \sin \varphi \int_0^T \sin \omega t d(\sin \omega t) = \\
&= \frac{I_m U_m}{T} \cos \varphi \left(1 - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^T + \frac{I_m U_m}{2T\omega} \sin \varphi \sin^2 \omega t \Big|_0^T = \frac{1}{2} I_m U_m \cos \varphi,
\end{aligned}$$

і врахувавши формулу зв'язку між максимальними та ефективними значеннями як сили струму, так і напруги

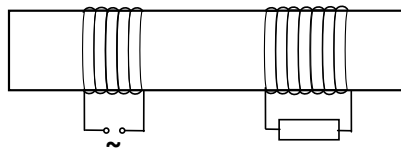
$$\bar{P} = I_{ef} U_{ef} \cos \varphi.$$

Як бачимо, потужність змінного струму залежить не тільки від ефективних значень сили струму та напруги, а й від зсуву фаз між ними φ . Величину $\cos \varphi$ ще називають коефіцієнтом потужності, який намагаються зробити якомога більшим, тобто кут φ якомога меншим. У промисловості мінімальне допустиме значення $\cos \varphi = 0,85$.

(242) Покажемо, що коефіцієнт трансформації трансформатора дорівнює відношенню кількості витків вторинної та первинної обмотки.

Якщо до однієї з обмоток трансформатора (первинної) приєднати джерело змінного струму, то цей струм створить змінний магнетний потік через площу контурів як первинної, так і вторинної обмоток (мал. 157), що, своєю чергою, згідно з законом електромагнетної індукції, спричинить виникнення ЕРС в обидвох обмотках.

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_1 &= -n_1 \frac{d\Phi_B}{dt} \\ \mathcal{E}_2 &= -n_2 \frac{d\Phi_B}{dt}.\end{aligned}$$



Мал. 157

З цих двох формул

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Покажемо, що для ненавантаженого трансформатора ЕРС \mathcal{E}_1 та \mathcal{E}_2 практично дорівнюють напругам.

За законом Ома для ділянки кола з ЕРС

$$\begin{aligned}I_1 &= \frac{U_1 + \mathcal{E}_1}{R_1} \\ I_2 &= \frac{U_2 + \mathcal{E}_2}{R_2},\end{aligned}$$

звідки

$$\begin{aligned}U_1 &= I_1 R_1 - \mathcal{E}_1 \\ U_2 &= I_2 R_2 - \mathcal{E}_2.\end{aligned}$$

Для ненавантаженого трансформатора $I_2 = 0$, а $I_1 R_1 \ll \mathcal{E}_1$ через мале значення сили струму I_1 , що спричинене великим індуктивним опором первинної обмотки, тому

$$\begin{aligned}U_1 &\approx \mathcal{E}_1 \\ U_2 &\approx \mathcal{E}_2.\end{aligned}$$

З цих рівностей та рівності (1)

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

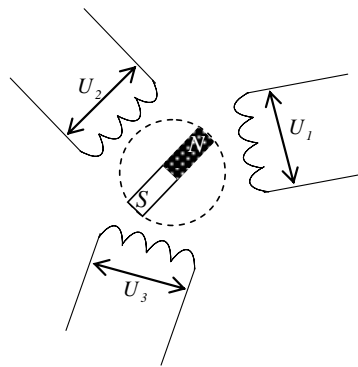
Вважаючи потужності в обидвох обмотках однаковими, дістанемо з формули потужності для $\cos \varphi = 1$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

(243) Покажемо, як принципово можна отримати трифазний етст.рум і напишемо закон його зміни з часом.

Згадаємо, що однофазну змінну ЕРС отримують обертанням дротяної рамки чи обмотки в магнетному полі (задача 228).

Трифазну ЕРС можна отримати обертанням магнетного поля зі сталою кутовою швидкістю ω відносно нерухомих обмоток, розміщених одна відносно одної під кутом 120° . Очевидно, що в кожній з обмоток внаслідок явища електромагнетної індукції виникне ЕРС, яка зміщена відносно іншої за фазою на 120° (мал. 158).



Мал. 158

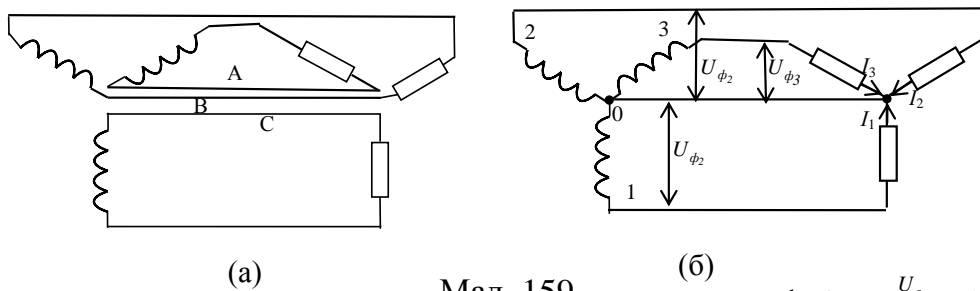
$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \mathcal{E}_m \sin \omega t; \\ \mathcal{E}_2 &= \mathcal{E}_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ \mathcal{E}_3 &= \mathcal{E}_m \sin(\omega t - 240^\circ). \end{aligned}$$

(244) За допомогою векторної діаграми для трифазних напруг встановимо співвідношення між лінійною та фазною напругами.

З мал. 158 бачимо, що трифазний генератор забезпечує ЕРС для трьох кіл змінного струму, які схематично показані на мал. 159 (а).

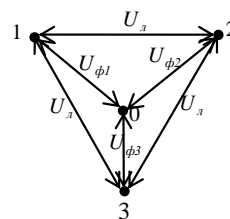
З'ясуємо, які напруги ми будемо мати, якщо з'єднати проводи А, В і С в один провід, який називають *нульовим* (мал. 159 (б)).

Напруги між нульовим і кожним із фазних проводів 1, 2 і 3 називаються *фазними*, а напруги між самими проводами 1, 2 і 3 – *лінійними*. Установимо зв'язок між амплітудними значеннями лінійної та фазної напруг.



Мал. 159

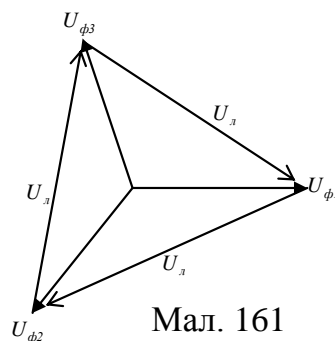
На мал. 160 показані нульовий та фазний проводи так, що вони спрямовані в площину малюнка. З цього малюнка бачимо, що



Мал. 160

$$U_{\phi 1} - U_{\phi 2} = U_{\text{л}}.$$

Згідно з векторною моделлю додавання гармонічних коливань, і враховуючи, що фази напруг $U_{\phi 1}$, $U_{\phi 2}$ та $U_{\phi 3}$ зміщені одна відносно одної на 120° , зобразимо ці напруги



Мал. 161

векторами, кут між якими дорівнює 120^0 (мал. 161).

З трикутника, складеного з двох фазних та однієї лінійної напруги, дістанемо зв'язок між їхніми амплітудними значеннями

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3}U_{\text{ф}}.$$

Очевидно, що такий самий зв'язок буде і між ефективними значеннями цих напруг.

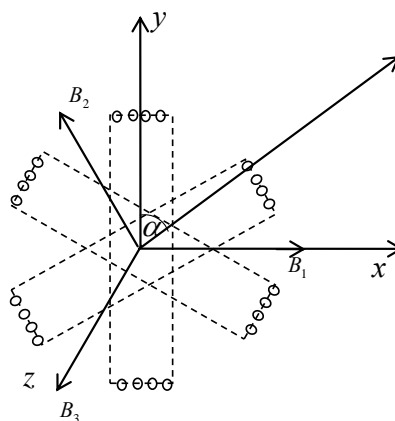
(245) Доведемо, що магнетне поле створене трифазним змінним струмом в трьох соленоїдах розміщених під кутом 120^0 один до одного еквівалентне постійному полю з індукцією $\frac{3}{2}B_m$, яке обертається з кутовою швидкістю, що дорівнює циклічній частоті змінного струму.

Для цього знайдемо часову залежність результативного поля. На мал. 161 показані три соленоїди які розміщені один до одного під кутом 120^0 . Оскільки зсув фаз між струмами в кожному соленоїді становить 120^0 , то такий самий зсув фаз виникає і у відповідних магнетних полях тобто

$$\begin{aligned} B_1 &= B_m \sin \omega t; \\ B_2 &= B_m \sin(\omega t - 120^0); \\ B_3 &= B_m \sin(\omega t - 240^0), \end{aligned}$$

де B_1, B_2, B_3 — магнетні поля створені відповідними соленоїдами.

Виберемо систему координат як показано на мал. 162 і знайдемо відповідні проекції цих полів на вісь x .



Мал. 162

$$B_{1x} = B_1 = B_m \sin \omega t;$$

$$B_{2x} = -B_2 \cos 60^\circ = -\frac{1}{2} B_2 = -\frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$B_{3x} = -B_3 \cos 60^\circ = -\frac{1}{2} B_3 = -\frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - 240^\circ),$$

а також x- проекцію результативного поля

$$B_x = B_{1x} + B_{2x} + B_{3x} = B_m \sin \omega t - \frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - 120^\circ) - \frac{1}{2} B_m \sin(\omega t - 240^\circ) = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.$$

Подібними діями отримаємо

$$B_y = \frac{3}{2} B_m \sin \omega t.$$

і далі величину результативного поля

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_m,$$

звідки бачимо, що величина поля стала, проте напрям вектора \vec{B} безперервно змінюється, причому так, що

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{B_x}{B_y} = -\operatorname{tg} \omega t,$$

звідки

$$\alpha = -\omega t,$$

що означає, що результативний вектор індукції магнетного поля рівномірно обертається з кутовою швидкістю ω .

Цю властивість трифазного струму створювати обертове магнетне поле використовують в трифазних двигунах, який вигідно вирізняється тим, що до рухомої його частини (якоря) не треба підводити струм (тому в ньому немає щіток), бо струм в ньому індукується цим обертовим полем. Далі цей індукований струм зазнає з боку обертового поля дії сили Ампера, яка і крутить якір.

Саме через те, що в асинхронних двигунах немає щіток які іскрять їх потужність може бути будь-якою великою.

Тема 2. Електричні коливання

Фізичні явища

• Гармонічні коливання – це коливання які відбуваються за гармонічним законом (законом синуса або косинуса).

• Власні коливання – це коливання які відбуваються з власною частотою.

• Згасальні коливання – це коливання амплітуда яких зменшується з часом.

• Релаксаційні коливання – це коливання за яких протягом періоду коливань розсіюється вся енергія системи, тобто за один період вони б цілком згасли якби не підтримувалися зовні.

Фізичні поняття

• Гармонічний осцилятор – система, яка здійснює гармонічні коливання.

• Логаритмічний декремент згасання – це логаритм відношення двох послідовних амплітуд згасальних коливань (позначення λ)

$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}},$$

Формат: Список

Формат: Список

де T – період коливань.

• **Добротність коливального контура** – це величина обернена до логаритмічного декременту згасання і збільшена в π разів (позначення Q)

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}$$

• **Ідеальний коливальний контур** – це коливальний контур опір якого дорівнює нулеві.

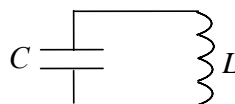
Фізичні системи й прилади

• **Коливальний контур** – це коло складене з конденсатора та соленоїда.

Задачі

(246) **На основі другого правила Кірхгофа встановимо закон коливання заряду в ідеальному коливальному контурі.**

Згідно з другим правилом Кірхгофа сума напруг (а це напруга на конденсаторі) має дорівнювати сумі електрорушійних сил (а це електрорушійна сила самоіндукції) (мал. 163).



Мал. 163

$$U_C = -L \frac{dI}{dt}$$

Згідно з означенням ємності підставимо

$$U_C = \frac{q}{C}$$

де q – заряд в конденсаторі, C – його ємність, а згідно з означенням сили струму

$$\underline{I = \frac{dq}{dt}.$$

Дістанемо

$$\underline{\frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2},}$$

або

$$\underline{\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0.}$$

Позначивши

$$\underline{\frac{1}{LC} = \omega_0^2}$$

отримаємо диференціальне рівняння гармонічних коливань (в математиці: лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку) розв'язок якого

$$\underline{q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi).}$$

За цим законом і коливається заряд у конденсаторі. Очевидно, що циклічна частота цих коливань є ω_0 .

(247) Встановимо закон зміни сили струму в ідеальному коливальному контурі.

Продиференціювавши закон коливань заряду в ідеальному коливальному контурі отриманий в попередній задачі дістанемо закон коливань сили струму

$$\underline{I = \frac{dq}{dt} = q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)}.$$

Очевидно, що величина $q_m \omega_0$ має розмірність сили струму (бо $\cos(\omega_0 t + \varphi)$ є величина безрозмірна) і крім того є максимальним його значенням (тоді коли $\cos(\omega_0 t + \varphi) = 1$). Позначивши її I_m дістанемо закон коливань струму

$$\underline{I = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi)}.$$

(248) Покажемо, що сила струму в ідеальному коливальному контурі і напруга на конденсаторі цього коливального контура зсунуті за фазою на $\frac{\pi}{2}$.

Для того щоб отримати закон коливань напруги на конденсаторі поділимо закон коливань заряду (задача 246) на його ємність

$$\underline{\frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \sin(\omega_0 t + \varphi)}.$$

Позначивши згідно з означенням ємності $\frac{q}{C} = U$, $\frac{q_m}{C} = U_m$, маємо

$$\underline{U = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi)}.$$

З цього рівняння та рівняння для сили струму (задача 247) бачимо, що напруга коливається за законом синуса, а сила струму за

законом косинуса, тобто вони є зсунутими за фазою на $\frac{\pi}{2}$. Це означає, що коли напруга на конденсаторі максимальна, то сила струму в колі дорівнює нулю і навпаки, коли напруга дорівнює нулю, сила струму максимальна. Зауважимо, що функція косинус також є розв'язком диференціального рівняння гармонічних коливань, тому коливання заряду і напруги можуть так само описуватися функцією косинус. Тоді сила струму буде виражена через функцію синус і зсув фаз між ними залишиться тим самим.

(249) Покажемо, що сума енергій електричного і магнетного полів ідеального коливального контура є сталою в часі величиною.

Знайдемо вираз для енергії електричного поля

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{Cq^2}{2C^2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$$

та вираз енергії магнетного поля

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{Lq_m^2 \omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{q_m^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

де за I ми підставили закон зміни сили струму в ідеальному коливальному контурі (задача 247), а за ω_0^2 підставили $\frac{1}{LC}$ (задача 246).

Тепер знаходимо суму енергій електричного та магнетного полів

$$W = W_e + W_m = \frac{q_m^2}{2C} (\sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi)) = \frac{q_m^2}{2C}.$$

Бачимо, що ця сума є сталою і визначається зарядом та ємністю конденсатора.

(250) На основі другого правила Кірхгофа встановимо закон коливання заряду в реальному коливальному контурі.

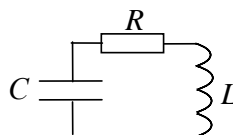
На відміну від ідеального коливального контура в цьому контурі є опір, тому крім напруги на конденсаторі є ще напруга на цьому опорі (мал. 164).

Згідно з другим правилом Кірхгофа

$$\underline{U_C = IR = -L \frac{dI}{dt}},$$

або

$$\underline{\frac{q}{C} + IR + L \frac{dI}{dt} = 0.}$$



Мал. 164

Підставивши $I = \frac{dq}{dt}$ дістанемо диференціальне рівняння згасаль-

них коливань

$$\underline{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0.}$$

Позначивши

$$\underline{\frac{R}{L} = 2\beta},$$

де β – коефіцієнт згасання і

$$\underline{\frac{1}{LC} = \omega_0^2}$$

отримаємо його у вигляді

$$\underline{q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0.}$$

Зауважимо, що це рівняння є подібним до диференціального рівняння механічних згасальних коливань з тією різницею, що замість заряду q там є координата x .

Розв'язок цього лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку

$$\underline{q = q_m e^{-\beta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)}$$

Бачимо, що амплітуда коливань $q_m e^{-\beta t}$ дійсно зменшується з часом. З цього розв'язку також бачимо, що величина $\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ відіграє роль частоти коливань, тому позначимо її ω і назовемо *циклічною частотою* згасальних коливань. Отже,

$$\underline{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}.$$

З цього рівняння бачимо, що за умови $\omega_0^2 \gg \beta^2$ або що одне і теж $R \ll \sqrt{\frac{4L}{C}}$, тобто за малого коефіцієнта згасання

$$\underline{\omega = \omega_0,}$$

тобто коливання відбуваються з такою частотою яка би була якби не було опору (в ідеальному коливальному контурі), а саме з власною частотою.

За умови $\omega_0^2 < \beta^2$ під коренем буде від'ємне число і рівняння дійсного розв'язку не має, це означає, що немає і коливань – конденсатор розрядиться без жодного коливання заряду. Це нагадує нам механічну систему з великим коефіцієнтом згасання коли коли система повертається в стан рівноваги не зробивши жодного коливання (як приклад демпферний механізм амортизатора автомобіля).

(251) На основі означення логаритмічного декременту та закону згасальних коливань встановіть зв'язок логаритмічного декременту та добротності з параметрами коливального контура.

Згідно з означенням логаритмічний декремент згасання

$$\lambda = \ln \frac{q_t}{q_{t+T}}.$$

Підставивши замість q_t та q_{t+T} закон згасальних коливань (задача 250) дістанемо

$$\begin{aligned} \lambda &= \ln \frac{q_m e^{-\beta t} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)}{q_m e^{-\beta(t+T)} \sin(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)} = \beta T = \\ &= \frac{R}{2L} T = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\sqrt{\frac{L}{CR^2} - \frac{1}{4}}}. \end{aligned}$$

і добротність

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\beta T} = \sqrt{\frac{L}{CR^2} - \frac{1}{4}}.$$

З останніх двох рівнянь бачимо, що більший коефіцієнт згасання β , то більший логаритмічний декремент згасання і менша добротність коливального контура. В свою чергу коефіцієнт згасання буде більший, що більший опір коливального контура $\left(\beta = \frac{R}{2L}\right)$.

(252) На основі другого правила Кірхгофа встановіть закон вимушених коливань в коливальному контурі під дією гармонічної ЕРС.

В цьому колі є дві напруги, а саме напруга на опорі IR та на конденсаторі $\frac{q}{C}$ та дві ЕРС, а саме самоіндукції $L \frac{d^2 q}{dt^2}$ та ЕРС джерела $\mathcal{E}_m \sin \omega t$, тому друге правило Кірхгофа матиме вигляд

$$IR + \frac{q}{C} = -L \frac{d^2 q}{dt^2} + \mathcal{E}_m \sin \omega t.$$

Зведемо це рівняння до вигляду

$$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = \frac{\mathcal{E}_m}{L} \sin \omega t$$

і позначимо як і до того

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \frac{R}{L} = 2\beta.$$

Маємо лінійне неоднорідне диференціальне рівняння другого порядку, розв'язком якого є

$$q = q_m \sin(\omega t + \varphi),$$

де

$$q_m = \frac{\mathcal{E}_m}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2\omega^2}},$$
$$\varphi = \arctg\left(-\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right).$$

(253) На основі закону вимушених коливань заряду в коливальному контурі встановіть зв'язок резонансної частоти з параметрами коливального контура.

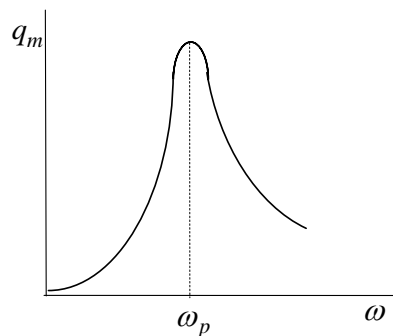
З виразу для амплітуди вимушених коливань (з виразу для q_m з попередньої задачі) видно, що в контурі будуть відбуватися гармонічні коливання заряду з частотою ω змушуючої ЕРС, причому амплітуда цих коливань q_m залежить від цієї частоти (на мал. 165 показаний схематичний графік цієї залежності).

Знайдемо частоту за якої амплітуда q_m має максимум – так звану резонансну частоту. Для цього продиференціюємо підкореневий вираз у знаменнику виразу для q_m , а саме вираз $(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2\omega^2$ за частотою і прирівняємо його до нуля. Дістанемо

$$-4(\omega_0^2 - \omega^2)\omega + 8\beta^2\omega = 0,$$

звідки

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$



Мал. 165

Позначивши цю резонансну частоту через ω_p і підставивши вирази для ω_0 та β : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ дістанемо зв'язок резонансної частоти з параметрами коливального контура

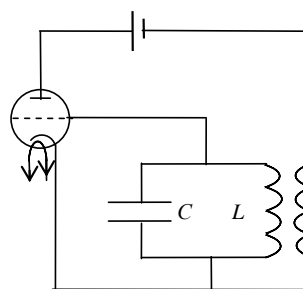
$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}.$$

З цієї формули видно, що за малого коефіцієнта згасання $\beta = \frac{R}{2L}$ резонансна частота є близькою до власної частоти коливань контура $\sqrt{\frac{1}{LC}}$. Нагадаємо, що за цієї ж умови частота згасальних коливань є близькою до власної частоти (задача 251).

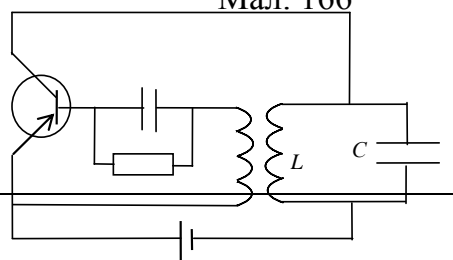
(254) Намалюємо схему та пояснимо роботу лампового (транзисторного) генератора електричних коливань.

Вимушені електричні коливання отримують за допомогою генератора основними елементами якого є: коливальний контур та тріод або транзистор.

Спрощену схему лампового генератора показано на мал. 166. Коли ми увімкнемо джерело постійної ЕРС то в коливальному контурі виникнуть коливання. Такі самі коливання напруги виникнуть між катодом і сіткою (вони приєднані до обкладок конденсатора). В ті проміжки часу коли на сітці потенціал буде більшим ніж на катоді, електрони з катода легко рухатимуться проти електричного



Мал. 166



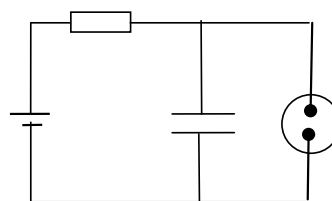
Мал. 167

поля і досягатимуть анода, тобто в колі анода йтиме струм. Цей час триватиме половину періоду коливань напруги в коливальному контурі. Другу половину періоду на сітці буде менший потенціал щодо катода і струм через тріод не проходитиме. Таким чином, в колі анода виникне синусоїдний змінний струм, який створить в соленоїді анодного кола змінний магнетний потік, котрий, своєю чергою, спричинить в соленоїді коливального контура змінний струм цієї ж частоти і таким чином підтримуватиме коливання в коливальному контурі.

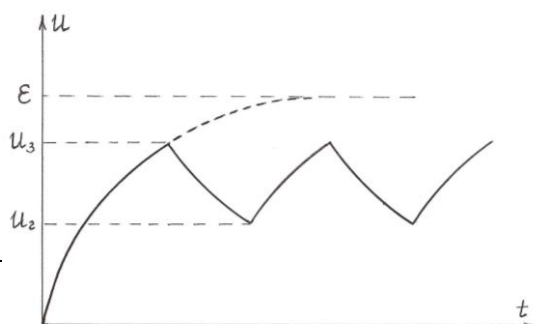
В напівпровідникових генераторах замість вакуумного тріода використовується напівпровідниковий тріод, інакше кажучи транзистор. Схема такого генератора з транзистором $n-p-n$ – типу показана на мал. 167. Коли потенціал бази є нижчим за потенціал емітера, то струм через транзистор проходить і заряджає конденсатор коливального контура C поповнюючи енергією коливальний контур. Другу половину періоду струм через транзистор не проходить, а конденсатор коливального контура розряджається. Коливання в коливальному контурі індуктивно передаються на базу.

(255) Намалюємо схему та пояснимо роботу релаксаційного генератора електричних коливань.

На мал. 168 показана схема такого генератора. В цьому генераторі немає коливального контура. Якщо ввімкнути джерело постійної ЕРС то конденсатор починає заряджатись. Проте за певної напруги U_3 в неоновій лампі яка ввімкнена паралельно до конденсатора відбудеться газовий розряд, тобто лампа запалиться. При цьому її



Мал. 168



Мал. 169

опір різко зменшиться і конденсатор почне розряджатися через лампу. Розрядження конденсатора спричинить зменшення напруги на його обкладках і, відповідно, на лампі, що спричинить до погасання лампи за напруги U_2 і різкого зростання її опору. Далі, очевидно, що конденсатор почне знову заряджатися і все повториться. Ці коливання не будуть гармонічними, а матимуть пилкоподібну форму (мал. 169). На цьому графіку штрихованою лінією показано хід напруги за відсутності лампи. Бачимо, що напруга на конденсаторі в цьому випадку зростає до тих пір, поки не досягне величини ЕРС джерела \mathcal{E} .

Тема 3. Електромагнетне поле. Струми зміщення.

Фізичні поняття

- Струм зміщення – це темп зміни потоку електричної індукції

Формат: Список

$$I_3 = \frac{d\Phi_D}{dt}.$$

- Вихрове електричне поле – це електричне поле яке виникає внаслідок зміни в часі магнетного поля.

Формат: Список

- Магнеторушійна сила – це циркуляція вектора напруженості магнетного поля вздовж замкненого контура

$$\mathcal{E}_m = \oint_L \vec{H} d\vec{l}.$$

- Хвильове рівняння – це рівняння яке має вигляд

Формат: Список

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2},$$

де v – стала величина, ∇^2 – оператор Лапласа.

• **Рівняння хвилі** – це функція від координати і часу яка є розв'язком хвильового рівняння.

• **Вектор Пойтінга** – це вектор напрям якого вказує на напрям перенесення енергії електромагнетною хвилею, а величина дорівнює потужності яка припадає на одиницю площі хвильового фронту.

Постулати

➤ **Закон повного струму:** циркуляція вектора напруженості магнетного поля вздовж будь-якого замкненого контура дорівнює сумі потоку вектора густини струму та потоку темпу зміни вектора електричної індукції через поверхню, яка спирається на цей контур.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}.$$

Якщо використати означення магнеторушійної сили, струму провідності та струму зміщення, то цей постулат можна сформулювати простіше, а саме: **магнеторушійна сила, яка виникає в певному замкненому контурі дорівнює сумі струмів провідності та зміщення що проходять через будь-яку поверхню, яка спирається на цей контур.**

$$\mathcal{E}_m = I + I_z.$$

Задачі

(256) **За допомогою теореми Стокса подамо закон повного струму в диференціальній формі.**

Формат: Список

Формат: Список

Теорема Стокса стверджує, що циркуляція будь-якого вектора вздовж певного замкненого контура дорівнює потоку ротора цього вектора через поверхню, яка спирається на цей контур.

Згідно з цією теоремою

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{H} d\vec{S},$$

а закон повного струму набирає вигляду

$$\int_S \text{rot } \vec{H} d\vec{S} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

або

$$\int_S \text{rot } \vec{H} d\vec{S} = \int_S \left(\vec{j} d\vec{S} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

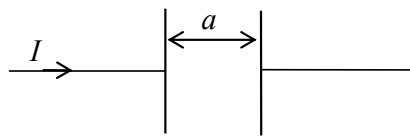
Оскільки інтегрування в лівій і правій частинах цієї рівності відбувається в одній і тій же області, то з їх рівності випливає рівність підінтегральних виразів, тобто

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Ми отримали диференціальну форму закону повного струму. Другий доданок в цій формулі – це густина струму зміщення.

(257) На основі означень струму провідності та струму зміщення покажемо, що на ділянці кола змінного струму, що містить конденсатор, сила струму в провідниках дорівнює силі струму зміщення між обкладками конденсатора.

До ділянки кола з конденсатором (мал. 170) застосуємо послідовно означення сили струму, означення ємності, зв'язок напруженості електричного поля з напругою, формулу ємності плоского конденсатора, зв'язок між



Мал. 170

напруженістю та індукцією електричного поля та індукцією електричного поля та означенням потоку. Дістанемо

$$\begin{aligned} I &= \frac{dq}{dt} = \frac{d(CU)}{dt} = C \frac{dU}{dt} = C \frac{d(Ea)}{dt} = \\ &= aC \frac{dE}{dt} = \frac{aC}{\varepsilon\varepsilon_0} \frac{dD}{dt} = \frac{a\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon\varepsilon_0} \frac{dD}{dt} = \\ &= S \frac{dD}{dt} = \frac{d(SD)}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt}. \end{aligned}$$

Ми отримали, що струм провідності в провідниках дорівнює струму зміщення. Очевидно, що цей струм зміщення оскільки він є темпом зміни потоку вектора електричної індукції локалізований між обкладками конденсатора.

(258) Покажемо, що з рівнянь Максвелла випливає хвильове рівняння.

Про диференціюємо закон повного струму за часом (у відсутності струмів провідності).

$$\text{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}.$$

Підставивши сюди

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

дістанемо

$$\text{rot} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

В це рівняння підставимо закон електромагнетної індукції

$$\text{rot rot} \vec{E} = -\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Застосувавши формулу

$$\text{rot rot} \vec{E} = \text{grad div} \vec{E} - \nabla^2 \vec{E},$$

і врахувавши, що в заданій області простору відсутні не тільки струми провідності, а й електричні заряди ($\rho = 0$ тому $\text{div} \vec{E} = 0$ згідно з теоремою Остроградського-Гауса) дістанемо хвильове рівняння

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Як і для механічних хвиль можемо позначити

$$\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu = \frac{1}{v^2}.$$

Тоді хвильове рівняння набуває вигляду

$$\underline{\nu^2 \nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} .}$$

Очевидно, що в скалярній формі це рівняння має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu^2 \left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 \vec{E}_x}{\partial t^2} \\ \nu^2 \left(\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 \vec{E}_y}{\partial t^2} \\ \nu^2 \left(\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial t^2} \end{array} \right.$$

і якщо вектор \vec{E} залежить лише від координати x , хвильове рівняння має вигляд

$$\underline{\nu^2 \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} .}$$

Для вектора \vec{B} отримаємо таке саме рівняння. Для цього слід зі згаданих двох рівнянь Максвелла виключити вектор \vec{E} (продиференціювати закон електромагнетної індукції і підставити в нього закон повного струму).

(259) Доведемо, що будь-яка функція аргументом якої є $x - \nu t$ або $x + \nu t$ є розв'язком хвильового рівняння.

Отже функція має вигляд

$$\underline{E = f(x \pm \nu t) .}$$

або узагальнюючи

$$y = f(x \pm vt).$$

Знаходимо похідні які фігурують у хвильовому рівнянні (задача 258)

$$\begin{aligned}\frac{\partial y}{\partial x} &= \frac{\partial f}{\partial(x \pm vt)}, \quad \frac{\partial(x \pm vt)}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial(x \pm vt)}, \\ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 f}{\partial(x \pm vt)^2}, \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= \frac{\partial f}{\partial(x \pm vt)}(\pm v) = \pm v \frac{\partial f}{\partial(x \pm vt)}, \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \pm v \frac{\partial^2 f}{\partial(x \pm vt)^2}(\pm v) = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial(x \pm vt)^2}.\end{aligned}$$

Підставимо отримані другі похідні у хвильове рівняння. Дістанемо тотожність

$$v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial(x \pm vt)^2} = v^2 \frac{\partial^2 f}{\partial(x \pm vt)^2}$$

яка свідчить, що дійсно функція $f(x \pm vt)$ є розв'язком хвильового рівняння.

(260) Представимо рівняння електромагнетної хвилі у вигляді

$$E = E_m \sin(kx - \omega t).$$

Оскільки будь-яка функція аргументом якої є $x - vt$ є розв'язком хвильового рівняння, то і функція

$$E = E_m \sin k(x - vt) \quad (1)$$

де k — стала величина, є його розв'язком, тобто є вона рівнянням хвилі.

Встановимо як пов'язана стала k з параметрами хвилі.

Міркуємо так. Напруженість поля електромагнетної хвилі набуває свого максимального значення за умови

$$k(x_1 - vt) = \frac{\pi}{2}.$$

Умова сусіднього максимуму є

$$k(x_2 - vt) = \frac{\pi}{2} + 2\pi.$$

Віднявши від другої рівності першу дістанемо

$$x_2 - x_1 = \frac{2\pi}{k}.$$

Але $x_2 - x_1$ — це відстань між двома сусідніми максимумами, тобто довжина хвилі λ , тому

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Підставивши цей вираз в рівняння хвилі (1), дістанемо

$$E = E_m \sin \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt).$$

або

$$E = E_m \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{\lambda} vt \right).$$

Застосуємо означення періоду хвилі T як часу протягом якого хвиля проходить відстань λ , тобто $\lambda = \nu T$. Тепер рівняння хвилі дістає вигляд

$$E = E_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t\right),$$

або

$$E = E_m \sin(kx - \omega t).$$

Оскільки хвильове рівняння для вектора \vec{B} електромагнетної хвилі таке ж як і для вектора \vec{E} , то розв'язок цього хвильового рівняння також є рівнянням хвилі, тобто рівняння

$$B = B_m \sin(kx - \omega t)$$

також є рівнянням електромагнетної хвилі причому фази векторів \vec{E} і \vec{B} в електромагнетній хвилі однакові.

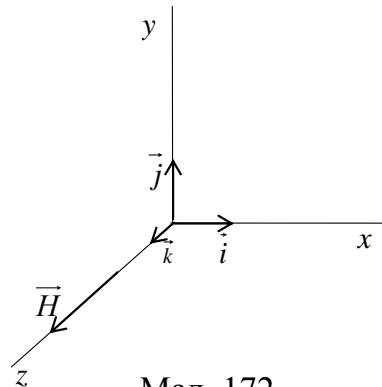
(261) На основі закону повного струму в диференціальній формі доведемо, що вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно – нормальні.

Спрямуємо вісь z вздовж вектора \vec{H} (мал. 172) і обчислимо його ротор.

$$\text{rot } \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & H \end{vmatrix} = \frac{\partial H}{\partial y} \vec{i} + \frac{\partial H}{\partial x} \vec{j}.$$

Оскільки вектори \vec{i} та \vec{j} лежать в площині xy то і вектор $\text{rot} \vec{H}$ лежить в цій площині як їх лінійна комбінація, тобто він є нормальним до вектора \vec{H} . Але згідно з законом повного струму

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

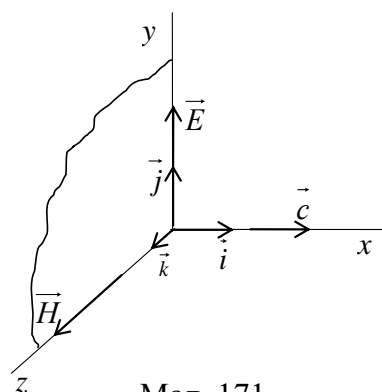


Мал. 172

тому вектор \vec{H} є нормальним до вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, який своєю чергою співнапрямлений з вектором \vec{D} . Отже вектор \vec{H} є нормальним до вектора \vec{D} і вектора \vec{E} .

(262) На основі двох рівнянь Максвела, а саме закону електромагнетної індукції та закону повного струму знайдемо числове значення швидкості електромагнетної хвилі у вакуумі.

Поглянемо на хвильовий фронт плоскої електромагнетної хвилі яка поширюється у вакуумі вздовж осі x і візьмемо до уваги, що всі три вектори \vec{c} , \vec{E} і \vec{H} є взаємно-нормальні (мал. 171).



Мал. 171

Застосуємо до цієї хвилі диференціальну форму рівнянь Максвела.

Позаяк струми провідності відсутні, то закон повного струму має вигляд

$$\text{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

Знайдемо по черзі ліву і праву частини цієї рівності

$$\text{rot} \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & H \end{vmatrix} = \frac{\partial H}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial H}{\partial x} \vec{j}.$$

Оскільки вектор \vec{D} напрямлений туди куди і вектор \vec{E} , то

$$\vec{D} = D \vec{j}$$

і

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} \vec{j}.$$

Тепер рівняння (1) має вигляд

$$\frac{\partial H}{\partial y} \vec{i} - \frac{\partial H}{\partial x} \vec{j} = \frac{\partial D}{\partial t} \vec{j}.$$

Ця рівність, очевидно, можлива лише за умови $\frac{\partial H}{\partial y} = 0$. З цієї

умови і останньої рівності дістанемо

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial D}{\partial t},$$

звідки

$$\partial H = \frac{\partial x}{\partial t} \partial D,$$

або

$$\underline{\partial H = c \partial D.} \quad (2)$$

Закон електромагнетної індукції в диференціальній формі має вигляд

$$\underline{\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.} \quad (3)$$

Знову знайдемо окремо ліву і праву частини цієї рівності

$$\underline{\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = - \frac{\partial E}{\partial z} \vec{i} - \frac{\partial E}{\partial x} \vec{k}.}$$

Представивши вектор \vec{B} як $B \vec{k}$ дістаємо, що

$$\underline{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial t} \vec{k}}$$

і на основі закону електромагнетної індукції (3)

$$\underline{- \frac{\partial E}{\partial z} \vec{i} - \frac{\partial E}{\partial x} \vec{k} = - \frac{\partial B}{\partial t} \vec{k}.}$$

Ця рівність можлива лише за умови $\frac{\partial E}{\partial z} = 0$, і тоді

$$\underline{\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad ^2}$$

звідки

$$\underline{\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial B}{\partial t}}$$

або

$$\underline{\frac{\partial E}{\partial t} = c \frac{\partial B}{\partial t}}$$

З цієї рівності, і рівності (2) та формул зв'язку між векторами напруженості та індукції електричного та магнетного полів дістанемо

$$\underline{c = \frac{\partial E}{\partial B} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial D}{\partial H} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 c}},$$

звідки

$$\underline{c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{1,257 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

(263) На основі двох рівнянь Максвела, а саме закону електромагнетної індукції та закону повного струму знайдемо вираз для швидкості електромагнетної хвилі в середовищі.

Оскільки згадані рівняння Максвела однакові як у вакуумі так і в середовищі, то вивід формули для швидкості електромагнетної хвилі в середовищі буде такий самий як і для вакууму (попередня задача) аж до того моменту, коли нам слід буде використати формули зв'язку між величинам векторів напруженості та індукції відповідних полів, а саме

$$\underline{D = \varepsilon_0 \varepsilon E,}$$

$$\underline{B = \mu_0 \mu H.}$$

Таким чином формула для швидкості електромагнетної хвилі в середовищі буде мати вигляд

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu \epsilon_0 \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}}.$$

Позаяк для будь-якого середовища $\mu > 1$ та $\epsilon > 1$, то швидкість електромагнетної хвилі в середовищі менша ніж у вакуумі.

Величину $\sqrt{\mu \epsilon}$ позначають n і називають показником заломлення середовища. Бачимо, що показник заломлення

$$n = \frac{c}{v}$$

показує в скільки разів швидкість електромагнетної хвилі у вакуумі більша ніж в розглядуваному середовищі.

(264) На основі формул для густини енергії електричного та магнетного полів знайдемо вираз потужності яка припадає на одиницю площі фронту електромагнетної хвилі.

Оскільки електричне і магнетне поле електромагнетної хвилі перебувають в одній і тій же фазі, то енергія цієї хвилі дорівнює сумі енергій електричного та магнетного полів, а об'ємна густина енергії дорівнює сумі відповідних об'ємних густин

$$w = \frac{1}{2} ED + \frac{1}{2} HB.$$

Згідно з означенням об'ємної густини енергії

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2} ED + \frac{1}{2} HB.$$

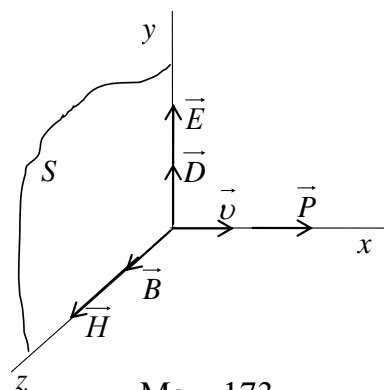
Підставивши сюди $dV = Sdx$, де S – площа хвильового фронту (мал. 173), помноживши отриману рівність на dx і поділивши на dt дістанемо

$$\frac{dW}{Sdt} = \frac{1}{2}(EH + EH)\frac{dx}{dt}.$$

Врахувавши, що $\frac{dx}{dt} = v$, $Bv = E$ і

$Dv = H$ маємо

$$\frac{dW}{Sdt} = \frac{1}{2}(ED + HB) = EH.$$



Мал. 173

Ліва частина цього рівняння – це потужність яка припадає на одиницю площі фронту хвилі. Позначивши її буквою P маємо

$$P = EH.$$

Введемо вектор

$$\vec{P} = P\vec{n},$$

де \vec{n} – одиничний вектор нормалі до хвильового фронту і назвемо його вектором Пойтінга. Бачимо, що вектор Пойтінга напрямлений як і вектор \vec{v} тому він задовольняє обидвом ознакам вектора який є векторним добутком двох векторів, а саме векторів \vec{E} і \vec{H} (довжина його дорівнює площі паралелограма побудованого на векторах \vec{E} і \vec{H} , а напрям задовольняє правилу знаходження напрямку вектора, який є векторним добутком двох векторів). Отже

$$\underline{\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}.$$

Очевидно, що напрям вектора Пойтінга вказує на напрям в якому переноситься енергія.

Додатки

Формули з алгебри і геометрії

$$\underline{\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x}$$

$$\underline{\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x}$$

$$\underline{\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y}$$

$$\underline{\cos(x-y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y}$$

$$\underline{\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x}$$

$$\underline{\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$\underline{\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)}$$

$$\underline{\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)}$$

$$\underline{\sin ax \cdot \sin bx = \frac{1}{2} \cos(a-b)x - \frac{1}{2} \cos(a+b)x}$$

$$\underline{\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} \sin(a+b)x + \frac{1}{2} \sin(a-b)x}$$

Формули для ~~наприближених~~ обчислень

Якщо $a \ll 1$, то у першому наближенні можна прийняти:

$$\underline{\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a} \quad \underline{\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a}$$

$$\underline{(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a} \quad \underline{e^a = 1 + a}$$

$$\underline{\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a} \quad \underline{\ln(1+a) = a}$$

Якщо кут α малий ($\alpha < 5^\circ$ чи $\alpha < 0,1$ радіана) та виражений у радіанах, то у першому наближенні можна вважати:

$$\underline{\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha} \quad \underline{\cos \alpha = 1}$$

Десяткові приставки до назв одиниць

М – мега (10^6)

м – мілі (10^{-3})

<u>к – кіло (10^3)</u>	<u>мк – мікро (10^{-6})</u>
<u>с – санти (10^{-2})</u>	<u>н – нано (10^{-9})</u>

Основні фізичні константи

<u>Величина</u>	<u>Числове значення</u>
<u>Стала Больцмана</u>	<u>$k=1,38066 \cdot 10^{-23}$ Дж/К</u>
<u>Стала Планка</u>	<u>$h=6,6262 \cdot 10^{-34}$ Дж·с</u>
<u>Число Авогадро</u>	<u>$N=6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹</u>
<u>Гравітаційна стала</u> <u>Атомна</u> <u>одиниця маси</u>	<u>$G=6,67 \cdot 10^{-11}$ м³/(кг·с²)</u> <u>1</u> <u>а.о.м.=$1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг</u>
<u>Газова стала</u>	<u>$R=8,3144$ Дж/моль·К</u>
<u>Магнетон Бора</u> <u>Об'єм моля</u> <u>газу при нормальних умовах</u>	<u>$\mu_B=9,27 \cdot 10^{-24}$ А·м²</u> <u>$V=22,4138 \cdot 10^{-3}$ м³/моль</u>
<u>Стала Стефана – Больцмана</u>	<u>$\sigma=5,6703 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²·К⁴</u>
<u>Стала Віна</u>	<u>$b=2,8978 \cdot 10^{-3}$ м·К</u>
<u>Заряд електрона</u>	<u>$e=1,6022 \cdot 10^{-19}$ Кл</u>
<u>Маса спокою електрона</u>	<u>$m_e=0,9109 \cdot 10^{-30}$ кг</u>
<u>Енергія, 1</u> <u>електронвольт</u> <u>електрична стала</u>	<u>$\varepsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м</u> <u>1 еВ=$1,6022 \cdot 10^{-19}$ Дж</u>
<u>Магнетна стала</u> <u>Температура</u>	<u>$\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м</u> <u>$T=11606$ К</u>

<u>що відповідає 1 еВ</u>	
<u>Ядерний магнетон</u>	<u>$\mu_N = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ А} \cdot \text{м}^2$</u>

Десяткові приставки до назв одиниць

<u>М—мега (10^6)</u>	<u>м—мілі (10^{-3})</u>
<u>к—кіло (10^3)</u>	<u>мк—мікро (10^{-6})</u>
<u>с—санти (10^{-2})</u>	<u>н—нано (10^{-9})</u>

Формули диференціального та інтегрального числення

<u>$\frac{d(uv)}{dx} = v \frac{du}{dx} + u \frac{dv}{dx}$</u>	<u>$\frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}$</u>
<u>$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}$</u>	<u>$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$</u>
<u>$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$</u>	<u>$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$</u>
<u>$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$</u>	<u>$\frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$</u>
<u>$\frac{d(\operatorname{ctg} x)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}$</u>	<u>$\frac{d(\operatorname{tg} x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$</u>
<u>$\int x^m dx = \frac{1}{m+1} x^{m+1} + C, \text{ при } m \neq -1$</u>	<u>$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$</u>

$\int \frac{dx}{x} = \ln x$	$\int \sin x dx = -\cos x$
$\int \cos x dx = \sin x$	$\int e^x dx = e^x$
$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right $	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right $
$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x$	$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x$
$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$	$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} a^{-2}$
$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$	$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\pi} a^{-5/2}$
$\int_0^\infty x^{1/4} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a^{-5/2}$	$\int_0^\infty \frac{x}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^2}{6}$
$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{4} a^{-5/2}$	$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2,405$
$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$	$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$
$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a}$	$\int_0^1 \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 0,225$
$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4} a^{-3/2}$	$\int_0^1 \frac{x^3}{e^x - 1} dx = 1,18$

Список задач

Розділ І. Електростатика

Тема 1. Електричний заряд

- (1) Вкажіть на один з методів перевірки принципу інваріантності заряду..... 89
- (2) Покажіть, що сила гравітаційного притягання електрона до ядра в атомі водню не спроможна втримати електрон в атомі, тому повинна існувати ще одна сила негравітаційної природи. 89
- (3) Установіть, який заряд на сьогодні є елементарним. 104

Тема 2. Закон Кулона

- (4) Установіть одиницю фізичної величини k 112
- (5) Вкажіть на ідею визначення електричної сталої ϵ_0 123

Тема 3. Електричне поле і його напруженість

- (6) Знайдіть заряд електрона в ході мислено проведеного дослідів Мілікена. 145
- (7) На основі означення напруженості електричного поля та закону Кулона установіть вираз для напруженості поля точкового заряду. 156
- (8) Установіть картину силових ліній поля точкового заряду. 167
- (9) Покажіть, що густина ліній напруженості електричного поля точкового заряду в певній області простору вказує на величину напруженості електричного поля в цій області.... 178

Тема 4. Принцип суперпозиції електричних полів

- (10) Вкажіть на метод знаходження напруженості електричного поля зарядженого тіла, яке не можна вважати точковим зарядом. 189
- (11) Установіть вираз для напруженості електричного поля рівномірно зарядженого кільця радіусом R і лінійною густиною заряду λ на осі кільця на відстані L від його центру... 192
 θ

- (12) Знайдіть вираз для напруженості поля, ~~ї~~ рівномірно зарядженого поверхневою густиною заряду σ диска радіусом R на осі диска на відстані L від його центра. ~~212~~
- (13) Знайдіть середнє значення напруженості електричного поля точкового заряду в межах майданчика у вигляді диска, якщо заряд є на осі цього диска. ~~234~~
- Тема 5. Диполь**
- (14) Установіть, який стан займе вільний диполь, який потрапив в однорідне електричне поле. ~~256~~
- (15) Установіть вираз для напруженості електричного поля точкового диполя з плечем \vec{l} в точці на відстані r від середини плеча диполя, яку видно під кутом α до плеча диполя. ~~267~~
- (16) Покажіть, що в неоднорідному електричному полі вільний диполь не буде в стані спокою (на відміну від випадку однорідного поля, де диполь є в стані спокою). ~~283~~
- ~~θ~~
- (17) Поясніть явище притягання дрібних частинок до наелектризованих тіл. ~~293~~
- ~~\neq~~
- (18) Поясніть принцип роботи йонного мікроскопа. ~~293~~
- ~~\neq~~
- Тема 6. Потік електричної індукції. Теорема Остроградського-Гауса**
- (19) На основі означення потоку електричної індукції однорідного поля через плоску поверхню виведіть ~~ети~~ формулу для потоку електричної індукції будь-якого поля через будь-яку поверхню. ~~312~~
- ~~.....~~
- (20) Доведіть, що потік індукції електричного поля через певну поверхню пропорційний до кількості силових ліній, які її пронизують. ~~323~~
- (21) Доведіть теорему Остроградського-Гауса: потік електрич-

ної індукції через будь-яку замкнену поверхню дорівнює заряду, який є в об'ємі, обмеженому цією поверхнею, тобто $\Phi_D = q$, або застосувавши означення потоку та об'ємної густини заряду, $\int_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV$ 324

- (22) Переведіть теорему Остроградського–Гауса з інтегральної в диференціальну форму, тобто в таку форму рівняння, у яку б входили диференціальні характеристики, що означає: характеристики певної точки поля. 335

Тема 7. Обчислення напруженостей електричних полів на основі теореми Остроградського–Гауса

- (23) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля точкового заряду. 356
- (24) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля рівномірно зарядженої площини з поверхневою густиною заряду σ . 367
- (25) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля на поверхні зарядженого провідника..... 379
- (26) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля рівномірно зарядженої нескінченно довгої прямої нитки з лінійною густиною заряду λ 389
- (27) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля рівномірно зарядженої сфери..... 394
- (28) На основі теореми Остроградського–Гауса встановіть вираз для напруженості електричного поля рівномірно зарядженого нескінченно довгого циліндра..... 401
- (29) Доведіть, що в об'ємі, обмеженому зарядженою поверх-

- нею, напруженість електричного поля дорівнює нулеві. 412
- (30) З'ясуйте, для розрахунку яких електричних полів можна ефективно застосовувати теорему Остроградського–Гауса. 413
- Тема 8. Потенціал електростатичного поля**
- (31) Покажіть, що якщо в заданій точці простору є не одне, а багато полів, то потенціал в цій точці дорівнюватиме сумі потенціалів, створених кожним із полів. 434
- (32) На основі означення потенціалу встановіть вираз для потенціалу поля точкового заряду q в точці, яка є на відстані r від цього заряду. 445
- (33) На основі принципу додавання потенціалів та виразу для потенціалу поля точкового заряду встановіть вираз для потенціалу поля точкового диполя. 446
- (34) Знайдіть метод обчислення потенціалу, створеного будь-яким неточковим зарядженням тілом. 457
- (35) Знайдіть вираз для потенціалу поля, створеного рівномірно зарядженим диском у будь-якій точці на його осі. 468
- Тема 9. Потенціальність електростатичного поля**
- (36) На основі означення потенціалу доведіть, що електростатичне поле є потенціальне. 485
- (37) На основі означення роботи покажіть, що умовою потенціальності електростатичного поля є рівність нулеві циркуляції вектора його напруженості вздовж будь-якого замкненого контура. 485
- (38) На основі теореми Стокса подайте умову потенціальності електростатичного поля в диференціальній формі. 495
- Тема 10. Зв'язок між напруженістю і потенціалом**
- (39) Установіть зв'язок між напруженістю електростатичного

	поля та його потенціалом.	502
(40)	З формули зв'язку напруженості і потенціалу та теореми Остроградського–Гауса отримайте рівняння Пуассона.....	524
(41)	Доведіть, що вектор напруженості електростатичного поля завжди нормальний до еквіпотенціальної поверхні.....	535
(42)	Доведіть теорему про середнє значення потенціалу: потенціал у будь-якій точці простору, дорівнює середньому значенню потенціалу на будь-якій уявній сфері з центром в цій точці яка не охоплює електричних зарядів.....	535
(43)	Поясніть метод електростатичного очищення газів...	546
	<u>Тема 11. Провідник в електричному полі</u>	
(44)	Покажіть, що в провіднику, поміщеному в електричне поле, воно дорівнюватиме нулеві, а за межами провідника – зміниться.....	557
(45)	Покажіть:якщо провіднику надати заряду, то він розміститься на його поверхні.	568
(46)	Покажіть, що як заряджений так і електронейтральний провідник є еквіпотенціальним.	568
(47)	Доведіть, що електричне поле між точковим зарядом та нескінченною провідною площиною збігається з полем, створеним цим зарядом, та його дзеркальним зображенням у цій площині.....	579
	<u>Тема 12. Діелектрик в електричному полі</u>	
(48)	Виразіть поляризованість поміщеного в електричне поле неполярного діелектрика через напруженість електричного поля всередині діелектрика.	602
(49)	Покажіть, що в діелектрику зовнішнє електричне поле послаблюється.....	603
(50)	Покажіть, що поляризованість діелектрика дорівнює поверхневій густині індукованих на його поверхнях зарядів (поляризаційних зарядів).....	614
(51)	Покажіть, що електричне поле послаблюється в діелектри-	

	ку в ϵ разів:.....	624
(52)	Установіть зв'язок між вектором поляризації та вектором електричної індукції:.....	625
(53)	Установіть, який вигляд мають співвідношення електростатики в діелектрику:.....	636
	<u>Тема 13. Електричне поле на межі середовищ</u>	
(54)	На основі властивості потенціальності електричного поля доведіть, що при переході з одного діелектрика в інший тангенціальна (дотична) складова вектора напруженості не змінюється, а така ж складова вектора індукції змінюється пропорційно до діелектричної проникності:.....	647
(55)	На основі теореми Остроградського–Гауса доведіть, що при переході з одного діелектрика в нормальна складова вектора електричної індукції раптово змінюється на величину поверхневої густини вільних зарядів на межі середовищ:.....	658
(56)	Доведіть, що вектор напруженості завжди нормальний до межі провідника з діелектриком:.....	677
	θ	
(57)	Виведіть закон заломлення силових ліній на межі двох діелектриків:.....	677
	θ	
(58)	Поясніть принцип електрофотографування (ксерографія).	687
	\pm	
	<u>Тема 14. Електроємність</u>	
(59)	Покажіть, що потенціал відокремленого провідника пропорційний до його заряду:.....	702
(60)	Покажіть:якщо поблизу провідника розмістити інший провідник, то його ємність збільшиться:.....	703
(61)	Установіть вираз для електроємності провідної кулі та сфери і обчисліть ємність Землі:.....	714
	<u>Тема 15. Конденсатори</u>	

(62)	Установіть вираз для ємності плоского конденсатора:.....	725
(63)	Установіть вираз для ємності циліндричного конденсатора довжина якого значно більша за радіуси циліндрів:...	736
(64)	Доведіть, що за паралельного з'єднання двох чи більше конденсаторів ємність цієї ділянки кола дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів:.....	785
(65)	Покажіть, що ємність конденсатора будь-якої форми за умови, що відстань між його обкладками є значно меншою за їхні розміри, дорівнює ємності плоского конденсатора з такою ж площею обкладок і відстанню між ними:.....	796
(66)	Доведіть, що за послідовного з'єднання двох чи більше конденсаторів обернена ємність цієї ділянки кола дорівнює сумі обернених ємностей окремих конденсаторів:.....	768
(67)	Установіть вираз для ємності двохпровідної лінії, тобто системи двох паралельних проводів довжиною l радіусами r , відстань між осями яких d причому розглянути практичний випадок коли $(d \gg r)$:.....	θ 778
(68)	Установіть вираз для ємності однопровідної лінії довжиною l і радіусом проводу r , що знаходиться на висоті h над землею:.....	\neq 798
(69)	Установіть вираз для потенціальної енергії взаємодії n точкових зарядів:.....	814
(70)	Встановіть вираз для густини потенціальної енергії електричного поля:.....	825
(71)	Установіть вираз для потенціальної енергії зарядженого провідника та конденсатора:.....	837

Розділ II. Постійний електричний струм та контактні явища в металах та напівпровідниках.

Тема 1. Електричний струм та його характеристики:

сила та густина струму

- (72) Покажіть, що сила струму – це потік вектора густини струму:..... ~~869~~
- (73) Покажіть, що сила постійного струму є однакою в усіх послідовно з'єднаних провідниках:..... ~~879~~
- (74) На основі теореми Остроградського–Гауса виведіть рівняння неперервності струму:..... ~~889~~
~~1~~
- (75) Доведіть, що провідник зі струмом не є еквіпотенціальним. ~~893~~
- (76) Покажіть, що в провіднику зі струмом носії заряду дрейфують зі сталою швидкістю:..... ~~893~~
- (77) Покажіть, що густина струму залежить від концентрації та дрейфової швидкості носіїв струму і встановіть цю залежність:..... ~~914~~
- (78) Покажіть, що рівняння неперервності постійного струму може бути подане у вигляді $\text{div } \vec{j} = 0$ ~~925~~
- (79) Обчисліть силу струму, створену електроном в атомі водню:..... ~~926~~
- Тема 2. Закон Ома для ділянки кола. Опір провідника**
- (80) Представте закон Ома в диференціальній формі:..... ~~959~~
- (81) Установіть, як питома провідність залежить від параметрів носіїв заряду: їхньої рухливості та концентрації:..... ~~961~~
~~00~~
- (82) Установіть залежність питомого опору провідника від температури умови залежного та незалежного від температури коефіцієнті опору:..... ~~961~~
~~00~~
- (83) На основі рівняння неперервності струму та закону Ома для ділянки кола доведіть, що за послідовного з'єднання опорів, опір ділянки кола дорівнює сумі окремих опорів:.... ~~981~~
~~02~~
- (84) Доведіть, що за паралельного з'єднання опорів обернений

	опір ділянки кола дорівнює сумі обернених опорів:.....	98 <u>02</u>
(85)	Обчисліть опір шунта, який слід приєднати до амперметра, щоб розширити межу його вимірювань у n разів:.....	99 <u>03</u>
(86)	Обчисліть додатковий опір, який слід приєднати до вольтметра, щоб розширити межу його вимірювань у n разів.	100 <u>4</u>
(87)	Покажіть, що електропровідність є одним з явищ перенесення:.....	100 <u>4</u>
	<u>Тема 3. Електрорушійна сила (ЕРС). Закон Ома для ділянки кола з ЕРС. Закон Ома для повного кола</u>	
(88)	Доведіть, що стороння сила не може бути потенціальною.	103 <u>7</u>
(89)	Установіть закон Ома для ділянки кола з електрорушійною силою та для замкненого кола з електрорушійною силою.	103 <u>7</u>
(90)	Установіть вираз для ЕРС, яка виникає при обертанні металевого диска:.....	105 <u>9</u>
(91)	Обчисліть відносну похибку, яку ми допускаємо, вимірюючи ЕРС джерела постійного струму вольтметром:.....	105 <u>9</u>
	<u>Тема 4. Правила Кірхгофа</u>	
(92)	На основі рівняння неперервності струму встановіть перше правило Кірхгофа, а саме, що арифметична сума струмів, які входять у вузол, дорівнює арифметичній сумі струмів, які з нього виходять:.....	106 <u>10</u>
(93)	На основі закону Ома для ділянки кола з ЕРС установіть друге правило Кірхгофа, а саме, що в будь-якому контурі,	

	виділеному з розгалуженого кола, алгебраїчна сума напруг дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС, які є в цьому контурі:-.....	<u>107</u> 11
(94)	На основі правил Кірхгофа знайдіть опір R_x за допомогою так званої місткової схеми, якщо відомі опори R_1 , R_2 та R_3 підібрані так, що сила струму у вітці BD дорівнює нулеві.	<u>108</u> 12
(95)	Визначіть ЕРС джерела струму компенсаційним методом.	<u>109</u> 13
	Тема 5. Робота і потужність струму	
(96)	Установіть вираз для роботи, яку виконує постійний струм та вираз його потужності:-.....	<u>110</u> 4
(97)	Установіть закон Джоуля-Ленца в інтегральній та диференціальній формах:-.....	<u>111</u> 5
(98)	Знайдіть вираз для ККД джерела постійного струму:-.....	<u>112</u> 7
(99)	Визначіть кількість теплоти, яка виділиться в провіднику за час τ , протягом якого струм у ньому рівномірно зростає від нуля до величини I_m . Обчисліть також середню потужність за цей час:-.....	<u>113</u> 8
	Тема 6. Класична теорія електропровідності металів	
(100)	За допомогою мислено проведеного експерименту Толмена і Стюарта підтвердіть наявність у металі вільних електронів та визначте їхній питомий заряд:-.....	<u>115</u> 9
(101)	Покажіть, що з основних постулатів класичної теорії електропровідності металів можна вивести закон Ома:-.....	<u>118</u> 23
(102)	Покажіть, що з основних постулатів класичної теорії елек-	

	тропровідності металів можна вивести закон Джоуля-Ленца.....	119
		24
(103)	На основі КТЕМ виведіть емпіричний закон Відемана-Франца, який полягає у тому, що відношення питомої теплопровідності до питомої електропровідності для усіх металів за певної температури є сталою величиною $\frac{K}{\sigma} = A'$, а за зміни температури це відношення зростає пропорційно до температури $\frac{K}{\sigma} = AT$	120
		5
(104)	Покажіть, що в рамках КТЕМ можна пояснити температурну залежність опору металів.....	122
		7
(105)	Покажіть, що в рамках КТЕМ можна отримати правильний результат щодо теплоємності електронного газу.....	123
		8
(106)	Установіть зв'язок концентрації вільних електронів у металі з його густиною і молярною масою.....	124
		9
	Тема 7. Провідність напівпровідників	
(107)	Покажіть, що власна провідність напівпровідника зумовлена двома типами носіїв заряду – електронами й дірками.....	125
		31
(108)	Покажіть, що в напівпровіднику кремнію домішки фосфору, миш'яку та сурми є донорами, а домішки бору, галію та індію – акцепторами.....	132
		7
(109)	Покажіть, що за низьких температур у напівпровідниках переважає домішкова провідність, а за високих – власна.....	128
		33
(110)	Покажіть, що на відміну від провідників опір напівпровід-	

	ників зменшується з підвищенням температури.....	129
		34
(111)	На основі розподілу Больцмана та того факту, що хемічний потенціал у власному напівпровіднику знаходиться приблизно посередині забороненої зони встановіть залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури.....	130
		5
(112)	На основі розподілу Больцмана та того факту, що хемічний потенціал у домішковому напівпровіднику знаходиться приблизно посередині між домішковим рівнем та відповідною зоною (зоною провідності у донорному напівпровіднику чи валентною зоною в акцепторному) установіть температурну залежність домішкової провідності.....	131
		7
(113)	Поясніть типову експериментальну залежність опору напівпровідника від температури.....	132
		7
(114)	Покажіть, як на основі експериментальної температурної залежності питомої провідності напівпровідника можна обчислити його ширину забороненої зони E_g та енергію активації домішки E_a	133
		8
	Тема 8. Контактні явища в металах	
(115)	Покажіть, що між поверхнею металу та вакуумом виникає різниця потенціалів, так званий поверхневий стрибок потенціалу і встановіть її зв'язок з роботою виходу електронів з металу.....	135
		41
(116)	Покажіть, що між двома різними металами виникає зовнішня різниця потенціалів і встановіть вираз для цієї різниці потенціалів.....	136

(117)	Вважаючи вільні електрони в металі класичним електронним газом, покажіть, що між двома різними металами виникає внутрішня різниця потенціалів і встановіть, як вона залежить від концентрацій вільних електронів у цих металах та температури:.....	<u>42</u> <u>143</u> <u>7</u>
(118)	Вважаючи вільні електрони в металі квантовим електронним газом, встановіть залежність внутрішньої контактної різниці потенціалів від концентрації вільних електронів у металах та температури:.....	<u>140</u> <u>6</u>
(119)	Установіть вирази для контактної різниці потенціалів як в класичній, так і в квантовій моделях і встановіть перший закон Вольта:.....	<u>141</u> <u>7</u>
(120)	Доведіть другий закон Вольта: якщо послідовно привести в контакт багато різних металів, які перебувають за однакової температури, то різниця потенціалів між крайніми металами не залежить від того, які саме метали включені як проміжні у цьому з'єднанні, а залежить лише від типу цих крайніх металів:.....	<u>142</u> <u>8</u>
(121)	Покажіть, що контакт двох металів не має односторонньої провідності:.....	<u>142</u> <u>8</u>
<u>Тема 9. Явища в контактах двох напівпровідників та напівпровідника з металом</u>		
(122)	Поясніть механізм виникнення односторонньої провідності на p - n -переході:.....	<u>144</u> <u>50</u>
(123)	Покажіть, що контакт металу з напівпровідником може як	

мати односторонню провідність, так і її не мати: залежно від природи цього металу і напівпровідника:.....

146

52

Тема 10. Термoeлектричні явища

(124) Покажіть, що якщо контакти (спаї) термопари перебувають за різних температур, то між ними виникає електрорушійна сила, яка пропорційна до цієї різниці температур:.....

147

53

(125) З'ясуйте природу ефекту Пельтьє на основі класичної теорії електропровідності металів та знайдіть спосіб експериментального вимірювання теплоти Пельтьє:.....

154

8

(126) З'ясуйте природу ефекту Томсона і вкажіть на спосіб експериментального вимірювання теплоти Томсона:.....

149

56

Тема 11. Електричний струм у вакуумі

(127) Доведіть, що дрейфова швидкість електронів між катодом і анодом у вакуумному діоді є практично не залежною від напруги:.....

151

58

(128) Поясніть природу вольт-амперної характеристики (ВАХ) вакуумного діода і зокрема струму насичення:.....

152

8

(129) На основі класичної теорії електропровідності встановіть залежність густини струму насичення у вакуумному діоді від температури катода та роботи виходу електрона з ~~кака~~тода (формула Річардсона):.....

153

60

(130) На основі формули Річардсона-Дешмана покажіть, як за допомогою експериментальної залежності густини струму насичення від температури можна обчислити роботу виходу електрона з металу:.....

154

61

Тема 12. Електричний струм в рідинах

- (131) Наведіть експериментальні факти, які свідчать, що носіями електричного струму в електролітах є йони-..... 156
- (132) Поясніть механізм електролітичної дисоціації-..... 156
- (133) Виведіть формулу розчинення Оствальда та проаналізуйте її в граничних випадках-..... 157
- (134) Покажіть, як на основі закону електролізу Фарадея можна дослідним шляхом визначити заряд електрона-..... 165
- (135) Покажіть, що внаслідок нагрівання опір електролітів зменшується-..... 159
- (136) Доведіть експериментально, що рухливість будь-якого йона в електроліті малої концентрації не залежить від наявності в ньому інших йонів-..... 160

7

Тема 13. Контактні явища між металами та електролітами

- (137) Покажіть, що якщо занурити метал у воду чи у водний розчин солі цього металу, то між металом і розчином виникає різниця потенціалів-..... 163
- (138) Покажіть, що процес вимірювання електрохімічного потенціалу неминує впливає на вимірювану величину-..... 163
- (139) Покажіть, як за допомогою еталонного водневого електрода можна вимірювати електрохімічні потенціали-..... 164

71

- (140) Покажіть, що в замкненому колі з послідовно з'єднаними металами та електролітами, різниця потенціалів між будь-якими з них не дорівнює нулевій (на відміну від замкненого кола складеного з металів), тобто в такому колі виникає ЕРС:-..... 165
72
- (141) Покажіть, що між двома електролітами різних концентрацій, розділених пористою перегородкою, виникає різниця потенціалів, і встановіть вираз для цієї різниці потенціалів (формула Нернста):-..... 166
73
- Тема 14. Електричний струм в газах.Плазма**
- (142) Установіть залежність густини струму насичення від швидкості генерації йонів та довжини трубки, і покажіть, що за несамостійного розряду за малих напруг виконується закон Ома, а за великих напруг струм досягає насичення:-..... 169
76
- (143) Установіть часову залежність концентрації йонів у газорозрядній трубці після вимкнення йонізатора:-..... 171
8
- (144) Встановити залежність сили струму та потоку електронів від відстані в електронній лавині, яка має місце в самостійному розряді:-..... 172
9
- (145) Установіть умову самостійного розряду, тобто умову, за якої струм буде підтримуватися у відсутності зовнішнього йонізатора:-..... 174
81
- (146) Покажіть, що за низького тиску плазма є ближчою до неізотермічної, а за високого – до ізотермічної:-..... 175
83
- (147) Встановіть зв'язок дебаївської довжини з температурою та

	концентрацією заряджених частинок одного знаку.....	176
		84
(148)	На основі припущення про флуктуації заряду в плазмі та виразу для дебаївської довжини встановіть вираз для плазмової (ленгмюрової) частоти.....	178
		6
(149)	Вважаючи рух електрона в плазмі під дією електричного поля рівномірним, покажіть, що для струму в плазмі виконується закон Ома і встановіть вираз для питомої електропровідності плазми.....	178
		6
Розділ III. Магнетне поле		
Тема 1. Закон Ампера. Індукція магнетного поля. Провідник зі струмом у магнетному полі		
(150)	Знайдіть метод обчислення сили, яка діє з боку магнетного поля на провідник зі струмом довільної форми.....	182
		90
(151)	Установіть, як зорієнтується вільний контур зі струмом в однорідному магнетному полі.....	183
		91
(152)	Знайдіть вираз для моменту сили, який обертає коловий контур зі струмом у випадку, коли площа контура паралельна до ліній магнетної індукції.....	184
		92
(153)	Знайдіть силу, яка розтягає (стискає) коловий контур зі струмом, магнетний момент якого паралельний (антипаралельний) до вектора індукції однорідного магнетного поля.....	185
		93
(154)	Покажіть, що можливий стан рівноваги контура зі струмом за антипаралельного напрямку його магнетного моменту щодо напрямку зовнішнього однорідного магнетного поля, проте, цей стан рівноваги не є стійким.....	186

(155)	Покажіть, що в неоднорідному магнетному полі контур зі струмом не набуде стану спокою, а буде переміщуватися в область сильнішого поля:.....	<u>94</u> <u>187</u>
(156)	Знайдіть вираз для величини орбітального магнетного моменту електрона в атомі:.....	<u>95</u> <u>188</u>
(157)	Установіть вираз для магнетного моменту рівномірно зарядженого зарядом q стержня довжиною L , який обертається з кутовою швидкістю ω :.....	<u>96</u> <u>188</u>
<u>Тема 2. Закон Біо– Савара–Лапласа</u>		<u>97</u>
(158)	Установіть картину силових —ліній <u>індукції</u> магнетного поля прямого, колового та соленоїдного струмів:.....	<u>191</u> <u>9</u>
(159)	Установіть вираз для індукції магнетного поля, створеного в довільній точці простору прямим нескінченно довгим провідником зі струмом:.....	<u>192</u> <u>200</u>
(160)	Установіть вираз для індукції магнетного поля на осі колового струму:.....	<u>193</u> <u>202</u>
(161)	Установіть вираз для індукції магнетного поля на осі плоского соленоїда:.....	<u>195</u> <u>203</u>
(162)	Установіть вираз для індукції магнетного поля на середині осі нормального соленоїда:.....	<u>196</u> <u>204</u>
(163)	Установіть вираз для індукції магнетного поля, створеного точковим зарядом q , який рухається зі швидкістю v :.....	<u>197</u> <u>206</u>

- (164) Знайдіть спосіб визначення горизонтальної складової магнетного поля Землі за допомогою тангенс-гальванометра. 199
207
- (165) На основі законів Ампера та Біо-Савара-Лапласа доведіть, що два паралельні проводи зі струмами одного напрямку притягаються, а протилежних – відштовхуються. 200
8
- Тема 3. Циркуляції і потік вектора індукції магнетного поля**
- (166) На основі означення одиниці фізичної величини ампера визначіть числове значення магнетної сталої. 240
2
- (167) Перевірте теорему про циркуляцію вектора магнетної індукції для прямого струму. 203
11
- (168) На основі теореми про магнетну циркуляцію покажіть, що для випадку струмів будь-якої форми, які течуть у проводах $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$, де $\sum_{i=1}^n I_i$ – алгебраїчна сума струмів, яка охоплена будь-яким контуром довжиною L . 205
13
- (169) Представте теорему про магнетну циркуляцію у диференціальній формі. 205
14
- (170) За допомогою теореми про магнетну циркуляцію знайдіть вираз для індукції магнетного поля тороїда. 206
15

(171)	На основі теореми про магнетну циркуляцію знайдіть вираз для індукції магнетного поля всередині нормального соленоїда:.....	<u>207</u> <u>16</u>
(172)	Представте теорему Остроградського-Гауса для магнетного поля в диференціальній формі:.....	<u>209</u> <u>17</u>
(173)	Покажіть, що теорема Остроградського-Гауса для магнетного поля свідчить про замкненість силових ліній магнетного поля, що, своєю чергою, може трактуватися як відсутність у природі магнетних зарядів:.....	<u>209</u> <u>18</u>
<u>Тема 4. Сила Лоренца</u>		
(174)	Установіть вираз для сили Лоренца:.....	<u>211</u> <u>20</u>
(175)	Вкажіть на відносність магнетного поля:.....	<u>213</u> <u>22</u>
(176)	Порівняйте силу електричної та магнетної взаємодії між двома точковими зарядами:.....	<u>213</u> <u>22</u>
(177)	Знайдіть циклотронну частоту точкового заряду, який потрапив у магнетне поле нормально до його силових ліній.	<u>215</u> <u>24</u>
(178)	Знайдіть радіус і крок гвинтової лінії вздовж якої буде рухатися заряджена частинка, яка потрапила в магнетне поле під довільним кутом α до його силових ліній:.....	<u>216</u> <u>25</u>
(179)	Визначте питомий заряд електрона, якщо він, будучи прискореним різницею потенціалів U_n потрапивши в нормальне до його швидкості магнетне поле з індукцією \vec{B} , відхилився на відстань d , пройшовши відстань l	<u>212</u> <u>7</u>

- l.....
- (180) Визначте питомий заряд електрона методом Томсона, а саме: якщо він, рухаючись нормально до силових ліній взаємно-нормальних та однорідних електричних та магнет-них полів, не зазнав відхилення..... 219
28
- (181) Знайдіть масу однозарядного йона, який потрапив на фото-пластинку у масс-спектрографі Бейнбріджа на відстані L від щілини..... 223
0
- (182) Поясніть механізм виникнення ефекту Голла і виразити напругу Голла через індукцію магнетного поля і силу струму..... 223
1
- (183) Покажіть, що вимірявши експериментально напругу Голла можна визначити концентрацію та рухливість носіїв стру-му в металі чи напівпровіднику..... 222
32
- (184) Поясніть роботу прискорювача заряджених частинок – циклотрона..... 223
3
- (185) Поясніть роботу магнетогідродинамічного генератора (МГД-генератора)..... 224
33
- (186) Поясніть, як виникає явище “північне сяйво”..... 223
4
- Тема 5. Електромагнетна індукція**
- (187) Перевірте закон електромагнетної індукції Фарадея для відрізка проводу, який рухається в однорідному магнет-ному полі нормально до його силових ліній..... 223
7
- (188) З’ясуйте, у чому полягає різниця між формулюваннями

	закону електромагнетної індукції Фарадея та Максвелла.	229
		38
(189)	На основі закону електромагнетної індукції Фарадея та означення магнетного потоку проаналізуйте способи, якими можна отримати ЕРС індукції:.....	223
		9
(190)	Знайдіть напрям індукованого струму у таких випадках електромагнетної індукції: а) провідний коловий контур є в однорідному магнетному полі, індукція якого зменшується; б) провідний коловий контур деформують в постійному однорідному магнетному полі; в) провідний контур рівномірно обертається в постійному однорідному магнетному полі:.....	234
		0
(191)	Поясніть, як вимірюють індукцію магнетного поля флюксометром:.....	232
		41
(192)	Поясніть механізм виникнення вихрових струмів (струмів Фуко):.....	233
		42
(193)	Поясніть механізм виникнення скін-ефекту:.....	234
		3
(194)	Поясніть природу явища самоіндукції і встановити вираз для ЕРС самоіндукції:.....	243
		4
(195)	Представте закон електромагнетної індукції у диференціальній формі:.....	243
		5
(196)	Знайдіть вираз для індуктивності нормального соленоїда, тобто виразіть цю величину через геометричні розміри соленоїда та густоту витків:.....	234
		6

- (197) Розкрийте принцип роботи прискорювача заряджених частинок бетатрона та встановіть умову за якої заряджена частинка буде утримуватися в бетатроні на сталій орбіті. 237
46
- (198) Установіть закон спадання сили струму після розмикання кола постійного струму:-..... 240
9
- (199) Установіть закон зростання сили струму після замикання кола постійного струму:-..... 241
50
- (200) Виразіть енергію магнетного поля через силу струму, який є джерелом цього поля:-..... 245
2
- (201) Виразіть густину енергії магнетного поля через індукцію цього поля:-..... 243
52
- Тема 6. Магнетне поле в речовині**
- (202) Знайдіть відношення орбітального магнетного моменту електрона в атомі P_{m_0} до його орбітального моменту імпульсу L_0 (орбітальне, гіромагнетне відношення):-..... 245
6
- (203) Покажіть, що вектор моменту імпульсу електрона в атомі протилежний до вектора його орбітального магнетного моменту:-..... 245
7
- (204) Знайдіть числове значення магнетона Бора (на основі квантованості моменту імпульсу):-..... 248
57
- (205) На основі того факту, що електрон має власний момент імпульсу $L_s = \pm \frac{h}{2}$ та власний (спіновий) магнетний момент, який дорівнює магнетону Бора, знайдіть спінове

	гіромагнетне відношення-.....	245
		8
(206)	Установіть, з яких складових складається магнетний момент атома та цілого магнетика-.....	249
		58
(207)	Покажіть, що гіромагнетне відношення електрона в атомі не дорівнює ні спіновому, ні орбітальному гіромагнетному відношенню-.....	245
		9
(208)	Покласифікуйте всі магнетики на діа- пара- та феромагнетики з погляду наявності магнетних моментів у їхніх електронів, атомів, мікро- та макрообластей-.....	256
		0
(209)	З'ясуйте механізм виникнення доменів у феромагнетику-....	256
		1
(210)	Покажіть, як за приблизними розмірами домену у феромагнетику можна з знайти ймовірність його виникнення	i 252
	навпаки-.....	61
(211)	З'ясуйте природу діамagnetного ефекту, тобто покажіть, що діамagnetик намагнечується проти зовнішнього магнетного поля, що означає, що магнетне поле в діамagnetику послаблюється-.....	256
	...	2
(212)	Знайдіть вираз для зміни орбітальної частоти електрона в зовнішньому магнетному полі (частоти Лармора)-.....	256
		4
(213)	Знайдіть зміну орбітального магнетного моменту електрона в магнетному полі-.....	256
		6
(214)	Покажіть, що в пара- та феромагнетику магнетне поле підсилюється-.....	257

		<u>66</u>
(215)	Покажіть, що у феромагнетику на відміну від діа- чи пара-магнетика, після виключення зовнішнього магнетного поля упорядкованість магнетних моментів не зникає цілком, тобто їм властиве явище гістерезису.....	<u>256</u> <u>7</u>
(216)	Покажіть, що пара- та феромагнетику властиве насичення магнетного моменту в зовнішньому магнетному полі, тоб-то явище незростання магнетного моменту, починаючи з певних значень напруженості зовнішнього магнетного по-ля.....	<u>256</u> <u>8</u>
(217)	Покажіть, що в магнетиках зовнішнє магнетне поле підси-люється в..... разів.....	<u>256</u> <u>8</u>
(218)	Оцініть межі, у яких лежать магнетні сприйнятливості різних магнетиків.....	<u>260</u> <u>9</u>
(219)	Поясніть експериментальну криву магнетного гістерезису.	<u>267</u> <u>0</u>
(220)	Покажіть, що існує певна температура, за якої фero-магнетик переходить у парамагнетик.....	<u>267</u> <u>2</u>
(221)	Покажіть, що в неоднорідному магнетному полі парамаг-нетик рухається в бік сильнішого поля, тоді як діамагнетик – в бік слабшого поля (виштовхується з магнетного поля).	<u>263</u> <u>72</u>
(222)	Покажіть, що обертання магнетика приводить до його на-магнетчення (механомагнетний ефект, Барнет, 1909 р.) і, навпаки, намагнетчення магнетика викликає його обертання (магнетомеханічний ефект, Айнштайн і де-Гааз, 1915 р.).....	<u>267</u> <u>3</u>

- (223) На основі закону відсутності в природі магнетних зарядів доведіть, що на межі двох магнетиків нормальна складова вектора \vec{B} індукції не змінюється. 266
75
- (224) На основі теореми про магнетну циркуляцію доведіть, що на межі двох магнетиків тангенціальна складова вектора напруженості \vec{H} не змінюється. 267
7
- (225) Виведіть закон заломлення силових ліній на межі двох магнетиків. 267
8
- (226) Розкрийте природу виникнення електронного парамагнетного резонансу (ЕПР). 269
79
- (227) Розкрийте природу ядерного магнетного резонансу (ЯМР). 271
81
- (228) Розкрийте природу виникнення циклотронного та магнетостатонного резонансу (ЦР та МФР). 278
1
- Розділ IV. Електричні коливання і електромагнетні хвилі**
- Тема 1. Змінний струм**
- (229) На основі закону електромагнетної індукції встановіть часову залежність ЕРС індукції, яка виникає в контурі площею S , що обертається з кутовою швидкістю ω в однорідному магнетному полі з індукцією \vec{B} . 278
6
- (230) Доведіть, що середнє значення синусоїдної змінної ЕРС за період дорівнює нулеві. 277
87
- (231) Покажіть, що середнє значення теплової потужності змінного струму за період не дорівнює 278

	нулеві:.....	7
(232)	Знайдіть зв'язок між ефективним та максимальним значенням змінної ЕРС:.....	278
(233)	Обґрунтуйте застосовність закону Ома та правил Кірхгофа до миттєвих, амплітудних та ефективних значень сили струму й напруги:.....	278
(234)	Доведіть, що в активному резисторі сила змінного струму збігається за фазою з напругою:.....	278
(235)	Доведіть, що в індуктивному резисторі сила струму відстає від напруги за фазою на $\pi/2$:.....	289
(236)	Доведіть, що в ємнісному резисторі сила струму випереджає напругу за фазою на $\pi/2$:.....	289
(237)	Розкрийте геометричний спосіб додавання гармонічних коливань (векторна модель додавання гармонічних коливань):.....	289
(238)	Користуючись векторною моделлю додавання гармонічних коливань виведіть закон Ома для ділянки кола змінного струму:.....	289
(239)	Установіть умову, за якої сила струму в нерозгалуженому колі змінного струму буде максимальною (умову резонансу напруг):.....	285
(240)	Установіть умову, за якої сила струму в розгалуженому колі змінного струму буде максимальною (умову резонансу):.....	289

	струмів).....	<u>6</u>
(241)	Установіть зв'язок середньої потужності змінного струму з ефективними значеннями сили струму та напруги:.....	<u>287</u> <u>98</u>
(242)	Покажіть, що коефіцієнт трансформації трансформатора дорівнює відношенню кількості витків вторинної та первинної обмотки:.....	<u>289</u> <u>9</u>
(243)	Покажіть, як принципово можна отримати трифазний струм і напишіть закон його зміни з часом:.....	<u>293</u> <u>04</u>
(244)	За допомогою векторної діаграми для трифазних напруг встановіть співвідношення між лінійною та фазною напругами:.....	<u>293</u> <u>01</u>
(245)	Доведіть, що магнетне поле створене трифазним змінним струмом в трьох соленоїдах розміщених під кутом 120^0 один до одного еквівалентне постійному полю з індукцією $3/2 B_m$, яке обертається з кутовою швидкістю, що дорівнює циклічній частоті змінного струму:.....	<u>292</u> <u>302</u>
	Тема 2. Електричні коливання	
(246)	На основі другого правила Кірхгофа встановіть закон коливання заряду в ідеальному коливальному контурі:.....	<u>295</u> <u>306</u>
(247)	Встановіть закон зміни сили струму в ідеальному коливальному контурі:.....	<u>293</u> <u>07</u>
(248)	Покажіть, що сила струму в ідеальному коливальному контурі і напруга на конденсаторі цього коливального контура зсунуті за фазою на $\pi/2$	<u>297</u> <u>308</u>

(249)	Покажіть, що сума енергій електричного і магнетного по- лів ідеального коливального контура є сталою в часі вели- чиною:-.....	298 309
(250)	На основі другого правила Кірхгофа встановіть закон коливання заряду в реальному коливальному контурі:-.....	293 09
(251)	На основі означення логарифмічного декременту та закону згасальних коливань встановіть зв'язок логарифмічного декременту та добротності з параметрами коливального контура:-.....	301 2
(252)	На основі другого правила Кірхгофа встановіть закон ви- мущених коливань в коливальному контурі під дією гармо- нічної ЕРС:-.....	304 2
(253)	На основі закону вимущених коливань заряду в коливаль- ному контурі встановіть зв'язок резонансної частоти з па- раметрами коливального контура:-.....	303 14
(254)	Намалюйте схему та поясніть роботу лампового (транзис- торного) генератора електричних коливань:-.....	304 15
(255)	Намалюйте схему та поясніть роботу релаксаційного гене- ратора електричних коливань:-.....	305 16
Тема 3. Електромагнетне поле. Струми зміщення		
(256)	За допомогою теореми Стокса подайте закон повного стру- му в диференціальній формі:-.....	307 18
(257)	На основі означень струму провідності та струму зміщення	

- покажіть, що на ділянці кола змінного струму, що містить конденсатор сила струму в провідниках дорівнює силі струму зміщення між обкладками конденсатора. 308
49
- (258) Покажіть, що з рівнянь Максвелла випливає хвильове рівняння. 320
9
- (259) Доведіть, що будь-яка функція аргументом якої є $x - vt$ або $x + vt$ є розв'язком хвильового рівняння. 311
22
- (260) Представте рівняння електромагнетної хвилі у вигляді $E = E_m \sin(kx - \omega t)$. 312
3
- (261) На основі закону повного струму в диференціальній формі доведіть, що вектори \vec{E} і \vec{H} взаємно-нормальні. 314
25
- (262) На основі двох рівнянь Максвелла, а саме закону електромагнетної індукції та закону повного струму знайдіть числове значення швидкості електромагнетної хвилі у вакуумі. 315
26
- (263) На основі двох рівнянь Максвелла, а саме закону електромагнетної індукції та закону повного струму знайдіть вираз для швидкості електромагнетної хвилі в середовищі. 318
29
- (264) На основі формул для густини енергії електричного та магнетного полів знайдіть вираз потужності яка припадає на одиницю площі фронту електромагнетної хвилі. 319
30

**Алфавітний покажчик означень фізичних явищ,
фізичних понять, фізичних величин, систем й приладів**

Фізичні явища

А

Активний опір 274

В

Вторинна електронна емісія 168

Взаємоіндукція 225

Власні коливання 294

Г

Гармонічні коливання 294

Е

Електрострикція 58

Електретний ефект 58

Електричний струм (далі: струм)
85

Ефект Голла 210

Електромагнетна індукція 225

Електронний парамагнетичний
резонанс (ЕПР) 244

З

Згасальні коливання 294

І

Індуктивний опір 274

К

Квазістаціонарне коло змінного
струму 274

Коефіцієнт трансформації 275

М

Магнетоопір (магнеторезисти-
вний ефект 210

Механомагнетний ефект (Ефект
Барнета) 244

Магнетомеханічний ефект (ефект
Ейнштейна-де-Гааза) 244

Магнетофононний резонанс
(МФР) 244

Ефективне (діюче) значення

змінного струму 274

Ефект Зеебека (термoeфектричний ефект) 146

Ефект Пельтьє 147

Ефект Томсона 147

Є

Ємнісний опір 274

Р

Резонанс напруг 275

Резонанс струмів 275

Релаксаційні коливання 294

С

Самостійний газовий розряд 168

Самоіндукція 225

Скін-ефект 226

Синусоїдний змінний струм 274

Ц

Циклотронний резонанс 210, 244

Я

Ядерний магнетний резонанс (ЯМР) 244

Фізичні поняття

А

Акцептор 125

Антиферомагнетик 246

Н

Несамостійний газовий розряд 168

П

Поляризація діелектрика 58

П'єзоелектричний ефект 58

Повний опір 275

Вихрові струми (струми Фуко) 226

Відносна магнетна проникність магнетика 246

Вихрове електричне поле 306

Вектор Пойтінга 307

Г

Градiєнт скалярної величини 50

Гіромагнетне відношення 244

Гармонічний осцилятор 295

Д

Діелектрик 58

Дрейфова швидкість 85

Домішкова провідність напівпровідника 125

Дірка 125

Донор 125

Дебаєвська довжина 168

Діамагнетик 245

Добротність коливального контура 295

В

Власна провідність напівпровідника 125

Вільна зона (інакше зона провідності) 125

Валентна зона 124

Внутрішня різниця потенціалів 135

Водневий електрод 161

Електроліт 155

Електролітична дисоціація 155

Електроліз 156

Електрохімічний потенціал 161

Елемент струму 181

Ефективна маса вільного електрона в твердому тілі 246

Ж

Жорсткий диполь 24

З

Заборонена зона 125

Зовнішня різниця потенціалів 135

І

Ізотермічна плазма 168

Ідеальний коливальний контур 295

К

Конвекційний струм 85

Коефіцієнт корисної дії спожи-

Е

Електричний заряд 8

Елементарний заряд 8

Електричне поле 13

Еквіпотенціальна поверхня 50

Електронний газ 114

Енергія йонізації донора 125

Енергія активації акцептора 125

Логаритмічний декремент згасання 295

М

Магнетне поле 181

Магнетон Бора 244

Магнетний гістерезис 245

Магнетна сприйнятливість магнетика 245

Магнеторушійна сила 306

Множник Ланде (g - фактор) 246

Н

Неполярний діелектрик 58

Напівпровідник 125

Напівпровідник n -типу провідності 125

Напівпровідник p -типу провідності 125

Нормальна концентрація 161

Нормальний електрохімічний потенціал 162

Неізотермічна плазма 168

Намагнеченість (вектор намагне-

вача струму 109

Коротке замикання 109

Коефіцієнт дисоціації 156

Л

Лінія напруженості електричного поля (чи силова лінія) 13

Лінійна напруга 275

Потенціальне поле 47

Полярний діелектрик 58

Потенціальна енергія заряду в даній точці електричного поля 80

Постійний електричний струм 85

Поверхневий стрибок потенціалу 135

Плазма 168

Потік вектора магнетної індукції 201

Питомий заряд частинки 210

Парамагнетик 245

p-n- перехід 125, 144

Р

Ротор вектора 47

Робота виходу електрона з металу 135, 151

Рівняння хвилі 306

С

Сегнетоелектрик 58

Струм поляризації 85

ченості) 245

О

Орбітальний магнетний момент електрона 244

П

Пробний заряд 13

Плече диполя 24

Струм зміщення 306

Т

Точковий заряд 11

Точковий диполь 24

Точка Кюрі 245

Ф

Феромагнетик 245

Феримагнетик 246

Фазна напруга 275

Х

Хвильове рівняння 306

Ц

Циркуляція 47,201

Циклотронна частота 210

Ч

Частота Лармора 245

Ш

Ширина забороненої зони 125

Струм насичення 85, 151, 168

Сила Ампера 181

Силова лінія магнетного поля 181

Сила Лоренца 210

Спіновий магнетний момент електрона 244

Спінове гіромагнетне відношення 245

Густина струму 85

Д

Дипольний момент 24

Е

Електричний заряд 8

Електрична індукція 30

Електроємність відокремленого провідника 69

Електричний опір провідника 93

Електрорушійна сила 103

І

Індукція магнетного поля 181

Індуктивність провідника 226

Л

Лінійна, поверхнева і об'ємна густина заряду 8

М

Магнетний момент замкненого струму 181

Фізичні величини

В

Відносна діелектрична сприйнятливність 59

Відносна діелектрична проникність 59

Г

П

Потік електричної індукції 30

Потенціал електростатичного поля 42

Поляризованість окремої молекули 58

Поляризованість діелектрика 58

Питомий опір провідника 93

Питома електропровідність 93

Р

Різниця потенціалів 42

Рухливість носія заряду 94

С

Сила струму 85

Т

Температурний коефіцієнт опору 94

Х

Хемічний потенціал 125

Н

Напруженість електричного поля

13

О

Об'ємна густина енергії електричного поля 81

Г

Гальванічний елемент 162

Гальванічний елемент Вольта
162

Гальванічний елемент Данієля
162

Генератор змінного струму 275

Д

Диполь 25

Додатковий опір 95

К

Конденсатор 69

Коливальний контур 295

М

Магнетна стрілка 181

Мас-спектрометр 211

Магнетогідродинамічний генератор 211

Н

Напівпровідниковий діод 144

Фізичні системи й прилади

А

Акумулятор 162

Асинхронний двигун 275

В

Вакуумний діод 151

С

Сенсор Голла 211

Т

Транзистор 144

Термопара 147

Тангенс-гальванометр 190

Тороїд 190

Трансформатор 275

Ф

Флюксометр 226

Ш

Шунт 95

Постулати

З

Закон збереження електричного заряду 7

Закон Кулона 10

Закон Ома 94

Закон Ампера 182

Нормальний елемент Вестона 162

Нормальний соленоїд 190

П

Паливний елемент 162

Плоский соленоїд 190

Прискорювач заряджених частинок 211

М

Метал складається з йонів, які, коливаючись біля своїх вузлів утворюють кристалічну ґратку та вільних електронів, які хаотично рухаються у кристалі. 115

О

Опір провідника прямо пропорційний до його довжини і обернено пропорційний до його площі поперечного перерізу. 95

П

Принцип інваріантності заряду 8

Принцип квантованості заряду 8

Принцип суперпозиції електричних полів 18

Принцип лінійної суперпозиції магнетних полів 190

Закон Біо – Савара - Лапласа 190

Закон електромагнітної індукції (Фарадея) 226

Закон електромагнітної індукції (Максвелла) 226

Закон повного струму 307

Під час зіткнення електрона з вузлом кристалічної ґратки електрон цілком передає йому свою енергію дрейфового руху 115

С

Сукупність вільних електронів у металі трактується як ідеальний газ 115

Сила струму в провіднику прямо пропорційна до різниці потенціалів (напруги) на кінцях цього провідника. 94

Т

Теорема про циркуляцію вектора магнетної індукції 201

Теорема Остроградського-Гауса для магнетного поля 201

Іменний покажчик

А

Авогадро 124

Айнштайн 263

Ампер 181, 182-184, 186-187

Архімед 14

Ареніус 156

Б

Барнет 244, 263

Бейнбрідж 220

Біо 190, 191, 193,

Больцман 121, 131, 167, 166,154

Богуславський 152

Бор 244, 248, 249

В

Відеман 120

Вестон 162

Вольта 141-142,162, 166

Г

Гаус 30, 32, 33,207

Голлі 210-211, 222-223, 224

Гротгус 156

Д

Даніель 162

Дюлонг 123

Дешман 154

Дірак 154

Дж-Тавзенда 168

Де-Гааз 273

Джоуль 111-113, 120, 149, 150

З

Зеебек 146

К

Кулон , 10, 11,12,15

Кавендіш, 12

Кірхгоф, 107-109240-241, 279-

280, 299, 306

Клавзіус 156

Кюри 245, 262

Л

Лаплас 51, 190, 191, 193

Ленц 111-113, 120, 149, 150

Ленгмюр 152,174,185

Лоренц 210-211, 213

Ланде 246, 250, 271

Лармор 244-245, 254, 256, 270-
271

М

Мілікен, 14

Максвел 226, 229, 309, 311, 315,
318

Н

Ньютон 101, 118, 120, 182

Нернст 165, 166, 167

О

Остроградський 30, 32, 33, 207
Ом 95-96, 98-100, 103, 105, 240, 279, 284
Оствальд 157-158

П

Планк 248
Пуассон 54
Петі 123
Пельтьє 147, 148-150
Пойтінг 307, 320

Р

Річардсон 153-155

С

Савар 190, 191, 193
Стокс 49, 158-159, 205, 235, 307
Стюарт 115, 118
Стоней 159

Т

Толмен 115, 118
Томсон 147, 149-151, 219

Ф

Фік 101-102
Фур'є 101-102
Франц 120
Фермі 154
Фарадей 158 -159, 226
Фуко 226, 233

Література

1. Г. Ф. Бушок, В. В. Левандівський, Г. Ф. Півень. Курс фізики. т. 1. К: Вища школа. 2001, 468 с.
2. Б. М. Яворський, А. А. Детлаф, Л. В. Милковська. Курс фізики. т. 2. К: Вища школа. 1978, 462 с.
3. И. В. Савельев. Курс общей физики. т. 2. М: Высшая школа. 1987. 480 с.
4. Э. Парсел. Берклеевский курс физики. т. 2. М: «Наука». 1983. 416 с.
5. І. М. Кучерук, І. Г Горбачук, І. Т. Луцик. Загальний курс фізики. К: Техніка 1999. 452 с.
6. Фізичний практикум. ч. 2. (під редакцією В. П. Дуценка). К: Вища школа. 1981. 245 с.
7. И. В. Савельев. Сборник вопросов и задач по общей физике. М: Наука. 1982. 271 с.
8. А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. Задачник по физике. М: Высшая школа. 1988. 496 с.
9. И. Е. Иродов. Задачник по общей физике. М: Наука. 1988. 415 с.
10. В. С. Волькенштейн. Сборник по общему курсу физики. М: Наука. 1987. 382 с.
11. І. Т. Горбачук. Збірник задач. Загальна фізика. К: Вища школа. 1993. 323 с.
12. П. П. Чолпан. Фізика. К: К: Вища школа. 2003. 576 с.
13. Н. С. Ohanian. Physics. Norton & Com. Inc. Nev-York-London. 1985. 1012 p.
14. С. Г. Калашников. Электричество. М: Наука. 1985. 576 с.
15. Фейнман, Лейтон, Сендс. Фейнмановские лекции по физике. т.2. М: Мир. 1966. 343 с.
16. Д. І. Цюцюра. Розв'язування задач з фізики (електрика і магнетизм). Дрогобич. 1999. 156 с.
17. Р. А. Tipler. Physics. Worth Publisher Inc. Nev-York. 1982. 1078 p.
18. В. Козирський і В. Шендеровський. Словник фізичної лексики. К: «Рада». 1996. 932 с.

Формат: Список

Формат: Список

